气体放电与等离子体诊断

实验者: 周文斌 (　　)　焦润泽 (　　)　指导老师: 梁浩文
中山大学物理学院，陆达理堂

摘　要: 本实验以低压空气为研究对象，采用 SSV-40 型气体放电与等离子体诊断仪，系统开展了气体放电特性测量与等离子体参数诊断研究。实验首先测量了 10Pa、15Pa、20Pa、25Pa 四种气压下气体放电管的伏安特性曲线，区分了自持放电、正常辉光放电、异常辉光放电三个核心阶段，对比分析了气压对放电特性的调控规律，验证了巴邢定律与辉光放电基本理论；其次观测了正常辉光放电的明暗分层形貌，结合微观机制解释了各区域的物理成因；最后利用朗缪尔探针法，在 15Pa、17Pa、19Pa 三种气压下完成等离子体诊断，通过对探针 I-V 特性曲线的拟合与计算，得到电子温度约 14.5∼15.2 eV、等离子体密度约 $10^{14}\,\mathrm{m}^{-3}$ 量级，并计算了电子温度等关键参数。实验结果与理论预期高度吻合，完整覆盖了低压气体放电与等离子体诊断的核心知识点，可为等离子体物理相关实验提供参考。

关键词： 气体放电; 辉光放电; 朗缪尔探针; 等离子体诊断; 电子温度; 等离子体密度

引言: 气体放电是典型的近代物理实验现象，是真空电子、等离子体物理、真空技术、航空航天、输变电工程等领域的重要研究基础。等离子体是由中性粒子、电子、离子、光子等组成的电离气体，宏观上呈现电中性，被称为物质的第四态。据统计，宇宙中 99% 以上的可见物质都以等离子体形态存在，而在工业生产中，等离子体技术已广泛应用于半导体刻蚀、薄膜沉积、光源制造、材料表面改性等领域，具有重要的科学价值与应用前景。

气体放电与等离子体诊断是大学物理及相近专业近代物理实验课程的必修内容。通过对放电管气体放电现象的系统观测，以及放电管伏安特性曲线的记录与分析，有助于深刻理解气体导电与金属导电的本质区别，掌握不同放电阶段的物理机制；朗缪尔探针作为研究等离子体特性的经典工具，具有结构简单、测量方便、时空分辨率高的优点，通过测量其 I-V 特性曲线，可以定量计算电子温度、等离子体密度、德拜长度等核心参数，是等离子体诊断技术的基础。

本实验将通过理论学习与实验操作相结合的方式，系统研究低压气体放电的全过程与等离子体的基本特性。实验首先测量气体放电管的伏安特性曲线，区分不同放电阶段；然后观察正常辉光放电的区域结构，解释各区域的物理意义；最后利用朗缪尔探针诊断等离子体参数，验证等离子体的基本理论。

1 实验目的

1. 学习气体放电的基本原理与物理图像，掌握气体导电与金属导电的本质区别；
2. 测量气体放电管的伏安特性曲线，分析汤生放电、辉光放电、弧光放电等不同阶段的形成原因与特性；
3. 观察正常辉光放电的外部形貌，解释各明暗区域的微观物理机制；
4. 了解朗缪尔探针诊断等离子体的基本原理，熟练测量朗缪尔探针的 I-V 特性曲线；
5. 能够通过朗缪尔探针 I-V 特性曲线计算电子温度、等离子体密度、德拜长度等关键等离子体参数。

2 仪器用具

本实验采用 SSV-40 型气体放电与等离子体诊断仪，核心仪器与用具包括：

1. 真空玻璃放电管：内置两个平行平板电极与朗缪尔探针，管长约 30cm，直径约 5cm；
2. 真空系统：机械真空泵、电阻真空规、真空阀门组件、抽气软管；
3. 高压直流电源：输出电压 0∼2000V 连续可调，用于产生气体放电；
4. 探针驱动电源：输出电压 ±100V 连续可调，用于为朗缪尔探针提供偏置电压；
5. 测量仪器：数字微安表、数字毫安表、数字电压表、双通道示波器；

3 实验原理

3.1 气体放电的基本特点

气体导电与金属导电存在本质区别，主要体现在以下三个方面：

3.1.1 载流子来源不同

金属中的载流子是固有的自由电子，其密度在常温下基本恒定；而气体本身是良好的绝缘体，不存在自由载流子，其导电性来源于外界刺激或内部相互作用产生的电离：

1. **被激载流子（原始载流子）**：由外界因素产生，如宇宙射线、紫外线、放射性辐射等引起的气体分子电离，或电极的光电效应、热电子发射等；
2. **自激载流子（次级载流子）**：由气体放电内部的相互作用产生，如电子与气体分子的碰撞电离、光子引起的光电离等。

3.1.2 电导率特性不同

根据近似自由电子模型，气体的电导率表达式为：

$$\sigma = ne^2 \frac{\overline{\lambda_e}}{m_e \overline{C_e}} \tag{1}$$

其中 n 为电子密度，e 为电子电荷量，$\overline{\lambda_e}$ 为电子平均自由程，m_e 为电子质量，$\overline{C_e}$ 为电子平均热运动速度。

对于金属，电子密度 n 和平均自由程 $\overline{\lambda_e}$ 均为常数，因此电导率 σ 是定值；而对于气体，电子密度 n 随外加电压、电场强度、气体压强等因素剧烈变化，平均自由程 $\overline{\lambda_e}$ 也与气体压强成反比，因此气体的电导率是一个随外界条件变化的变量。

3.1.3 能量转换方式不同

金属导电中，电子从电场获得的能量全部通过与晶格离子的弹性碰撞转化为热能；而气体导电中，载流子与气体分子的碰撞不仅有弹性碰撞，还有激发、电离、复合、附着等多种非弹性碰撞，能量可以转化为光能、激发能、电离能等多种形式。

3.2 气体放电的过程与伏安特性

气体放电的实验装置如图1所示。在真空玻璃管中充入低压气体，在两电极间施加电压，测量电流随电压的变化关系，得到气体放电的伏安特性曲线（图2）。

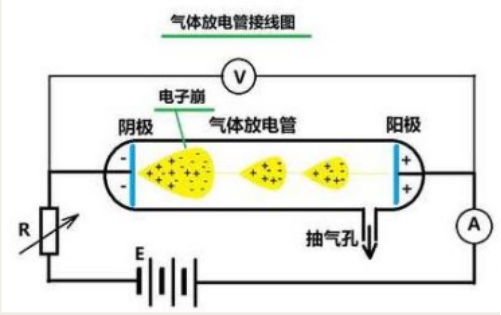


图 1: 气体放电实验装置示意图

根据电流大小和放电特性，气体放电过程可分为以下五个阶段：

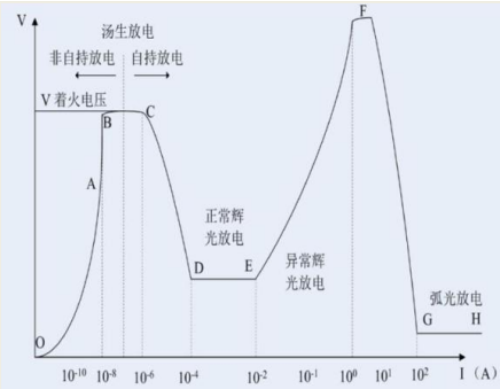


图 2: 气体放电伏安特性曲线示意图

3.2.1 汤生放电阶段

当外加电压较低时，电流由外界辐射产生的原始载流子形成，电流随电压升高而增大，当所有原始载流子都被电极收集后，电流达到饱和。当电压继续升高，电子获得足够能量与气体分子碰撞产生电离，形成电子崩，电流迅速增大。汤生放电是非自持放电，去除外界辐射后放电立即停止。

3.2.2 辉光放电阶段

当电压升高到着火电压 V_k 时，放电电流突然增大，电压反而下降，放电进入自持辉光放电阶段。此时即使去除外界辐射，放电也能维持。放电管内出现柔和的辉光，这是由于激发态原子跃迁回基态时发出的光。

3.2.3 正常辉光放电阶段

随着电流增加，放电电压保持恒定不变，这一阶段称为正常辉光放电。此时阴极表面只有部分区域参与放电，电流增加时，放电区域扩大，电压保持不变。正常辉光放电广泛应用于霓虹灯、稳压管等领域。

3.2.4 异常辉光放电阶段

当阴极表面全部被放电覆盖后，继续增加电流，放电电压开始随电流增大而升高，进入异常辉光放电阶段。这一阶段的等离子体密度较高，广泛应用于等离子体清洗、磁控溅射等工业领域。

3.2.5 弧光放电阶段

当异常辉光放电的电压升高到一定值时，电压突然下降到几十伏特，电流急剧增加，电极表面出现耀眼的弧光，进入弧光放电阶段。弧光放电的电流密度很大，会产生大量热量，应用于电弧焊接、电弧离子镀膜等领域。

3.3 正常辉光放电的区域结构

正常辉光放电时，放电管内会出现明暗相间的区域结构，从阴极到阳极依次为（图3）：

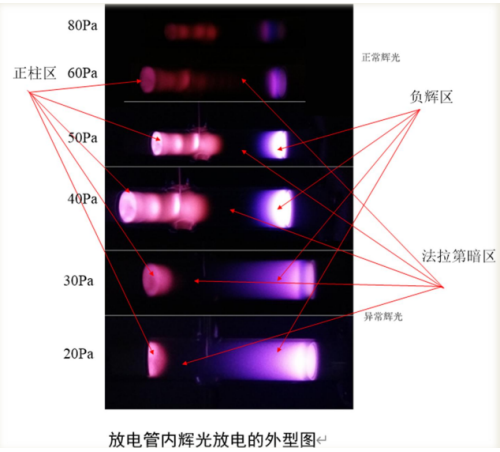


图 3: 正常辉光放电区域结构示意图

1. **阿斯顿暗区**：紧邻阴极的很薄一层暗区，电子刚离开阴极，能量不足以激发气体原子，因此不发光；
2. **阴极辉区**：电子通过阿斯顿暗区后获得足够能量，激发气体原子发光，形成明亮的阴极辉区；
3. **阴极暗区（克鲁克斯暗区）**：电子能量进一步升高，有利于电离而不利于激发，因此发光微弱；这一区域存在很强的电场，是产生电子崩的主要区域；
4. **负辉区**：电子在阴极暗区获得大量能量，进入负辉区后与气体分子发生强烈的激发和电离，形成最明亮的区域；
5. **法拉第暗区**：电子在负辉区损失了大部分能量，不足以激发气体原子，因此再次出现暗区；
6. **正柱区**：电子在法拉第暗区被电场加速，再次获得足够能量，激发和电离气体原子，形成均匀的光柱；正柱区中电子和离子密度相等，宏观呈电中性，称为等离子体区；正柱区的电场强度很小，扩散运动占主导；
7. **阳极辉区和阳极暗区**：只有在阳极电流较大时才出现，不是辉光放电的典型区域。

3.4 朗缪尔探针等离子体诊断原理

朗缪尔探针是一根插入等离子体中的细金属丝，通过改变探针的偏置电压，测量探针电流随电压的变化关系（I-V 特性曲线），从而计算出等离子体的关键参数。

3.4.1 朗缪尔探针的 I-V 特性曲线

朗缪尔探针的典型 I-V 特性曲线如图4所示，可分为三个区域：

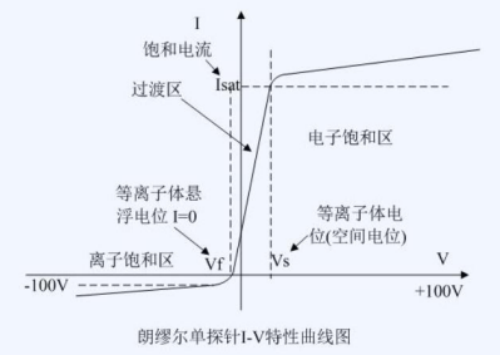


图 4: 朗缪尔探针 I-V 特性曲线示意图

1. **离子饱和区**：当探针偏置电压远低于等离子体空间电位时，电子被排斥，只有离子能到达探针，电流为饱和离子电流；
2. **过渡区**：随着探针电压升高，越来越多的电子能够克服电场排斥到达探针，电流迅速增加；
3. **电子饱和区**：当探针电压高于等离子体空间电位时，离子被排斥，只有电子能到达探针，电流达到饱和电子电流。

3.4.2 电子温度计算

在过渡区，电子的能量分布近似为麦克斯韦分布，探针电流满足：

$$I = I_{sat} \exp\left(\frac{e(V - V_s)}{kT_e}\right) \tag{2}$$

其中 I_{sat} 为电子饱和电流，V_s 为等离子体空间电位，k 为玻尔兹曼常数，T_e 为电子温度。

两边取自然对数得：

$$\ln I = \ln I_{sat} + \frac{e}{kT_e}(V - V_s) \tag{3}$$

因此，以 $\ln I$ 对 V 作图，得到一条直线，其斜率为：

$$slope = \frac{e}{kT_e} \tag{4}$$

由此可计算电子温度：

$$T_e = \frac{e}{k \cdot slope} \tag{5}$$

电子温度常用能量单位 eV 表示，即 kT_e，单位为 eV。

3.4.3 等离子体密度计算

电子饱和电流 I_{sat} 与等离子体电子密度 n_e 的关系为：

$$I_{sat} = n_e e A_p \sqrt{\frac{kT_e}{2\pi m_e}} \tag{6}$$

其中 A_p 为探针的有效收集面积，对于圆柱形探针：

$$A_p = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 + \pi D L \tag{7}$$

D 为探针直径，L 为探针长度。

由此可计算等离子体电子密度：

$$n_e = \frac{I_{sat}}{eA_p}\sqrt{\frac{2\pi m_e}{kT_e}} \tag{8}$$

由于等离子体宏观呈电中性，离子密度 $n_i = n_e$，即等离子体密度。

3.4.4 德拜长度

德拜长度 λ_D 描述等离子体的最小尺度，只有大于德拜长度的区域才能被认为是等离子体，其表达式为：

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT_e}{n_e e^2}} \tag{9}$$

其中 ε_0 为真空介电常数。

4 实验内容及步骤

1. 实验前设备检查：检查电源位置、设备是否接地、真空泵油量以及其它可能影响实验或带来安全隐患的因素。
2. 仪器原理学习与气体放电伏安特性测量：
   (a) 实验前充分了解仪器工作原理、注意事项以及操作方法；
   (b) 依次测量空气放电管在 **10** Pa、**15** Pa、**20** Pa、**25** Pa 四种压力下的 V-I 特性曲线；
   (c) 记录实验数据并绘制伏安特性曲线；
   (d) 对比不同压力下空气放电 V-I 特性曲线的异同点，结合理论分析其物理机理。
3. 正常辉光放电现象观测：
   (a) 实验过程中，在记录数据的同时，仔细观察正常辉光放电的形貌与特点；
   (b) 在 V-I 特性曲线上选取至少三个特征位置，拍摄对应不同形貌的放电外形图；
   (c) 根据所学物理知识，对不同位置的放电现象作出合理解释。
4. 朗缪尔探针等离子体诊断：
   (a) 调节放电参数，使朗缪尔探针始终处于正柱区内等离子体的明亮区域；
   (b) 依次在 **15** Pa、**17** Pa、**19** Pa 三种压力下，以 **1** V 为步长（具体步长值以授课教师要求为准），测量朗缪尔探针的 I-V 特性曲线；
   (c) 记录数据并绘制探针 I-V 特性曲线；
   (d) 从曲线中读出各气压下的等离子体悬浮电位与等离子体空间电位。
5. 等离子体参数计算：根据朗缪尔探针 I-V 特性曲线，计算各气压下的电子温度（以能量单位 eV 表示）与等离子体密度。
6. 实验收尾：关闭所有仪器设备电源，整理实验桌面，经指导老师检查后方可离开实验室。

5 实验数据处理与结果分析

先按照实验操作要求，打开气瓶、进气阀关闭气压微调阀，打开真空泵开关，开始给放电管抽真空，抽至 5Pa 以下。

5.1 气体放电管伏安特性曲线绘制

打开电压总电源，缓慢调节总电压值至 950V 左右，之后按照实验要求缓慢旋转气压微调阀，同时观察真空度，将气压调节到实验要求值 (10Pa，15Pa，20Pa，25Pa) 测量 V-I 曲线得到原始数据3、4、5、6。并使用代码1作图

四条曲线汇总图如图5，各个气压下分别作曲线如图6

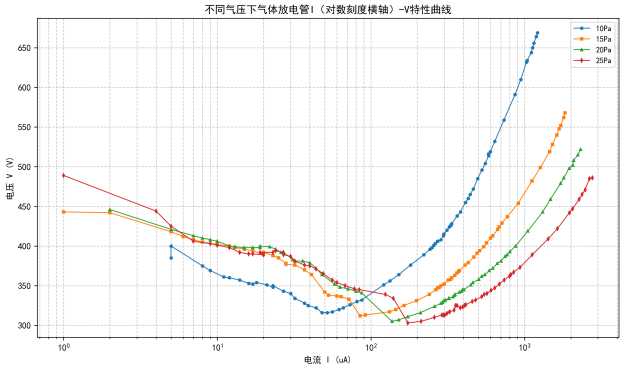
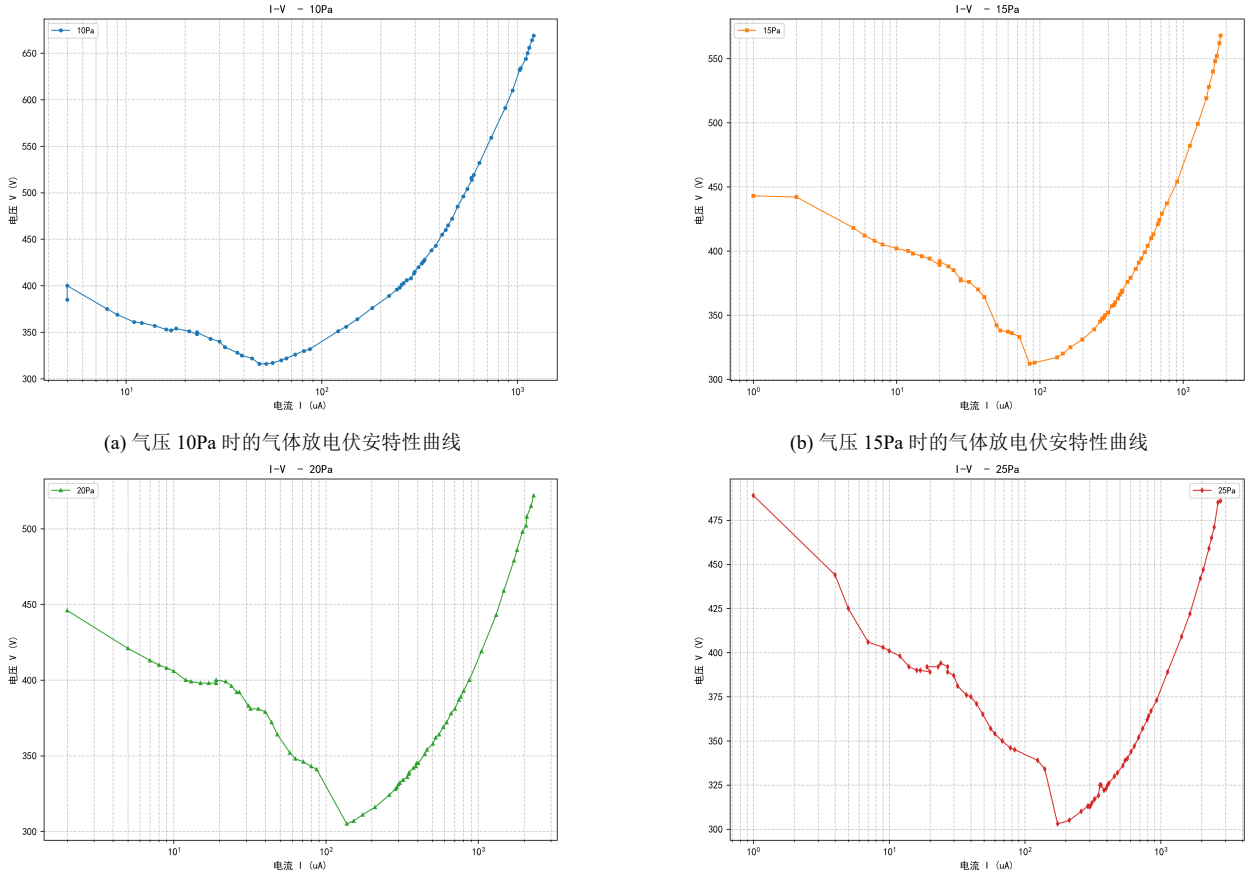


图 5: 不同气压下气体放电的伏安特性曲线汇总图



(a) 气压 10Pa 时的气体放电伏安特性曲线

(b) 气压 15Pa 时的气体放电伏安特性曲线

(c) 气压 20Pa 时的气体放电伏安特性曲线

(d) 气压 25Pa 时的气体放电伏安特性曲线

图 6: 不同气压下气体放电的伏安特性曲线

5.1.1 不同气压下气体放电 V-I 特性曲线的异同点与物理机理分析

基于 10Pa、15Pa、20Pa、25Pa 四种气压下的实测 V-I 特性曲线（图6中 (a)-(d)），可以清晰观察到低压气体放电过程的共性规律与气压依赖特性，其物理本质源于气压对电子平均自由程、碰撞电离概率及等离子体电导率的调控作用。

V-I 特性曲线的共同点 所有气压下的放电曲线均呈现完全一致的三阶段结构，完整覆盖了低压气体放电的核心过程：

1. **自持放电与辉光放电阶段：**自持放电是不稳定放电，而随后进入辉光放电阶段，放电电流增加电压反而下降，放电也不稳定。同时**据实验结果（图6）可以看出，此时气体电压波动较大，因此为一种不稳定放电**。理论上：升高电压至击穿电压时，电流突然急剧增大，电压反而快速下降，呈现典型的负阻特性。这是自持放电建立的标志：电子碰撞电离产生的电子崩与阴极二次电子发射形成正反馈，使放电无需外界电离源即可维持。

2. **正常辉光放电阶段：**电压下降至最低点后，在一定电流范围内保持基本恒定。此时阴极表面仅部分区域参与放电，电流增大时放电区域向阴极未覆盖区域扩展，阴极位降保持不变，因此总电压基本稳定。而该现象在图6和图5中**不是特别明显是因为每次到正常辉光放电总是处于电压旋钮从 1 变到 2 的过程，会使电压值出现突变**

3. **异常辉光放电阶段：**当阴极表面全部被放电覆盖后，继续增大电流必须提高外加电压，电压随电流呈**近似线性增长**（在图6中也可以看出）。此时放电区域无法再扩展，电流增大导致等离子体密度升高，电场强度增强，电压随之升高。

所有曲线均未进入弧光放电阶段，符合实验安全操作范围。

V-I 特性曲线的不同点及物理机理 气压通过改变电子平均自由程（$\lambda_e \propto 1/p$）直接影响碰撞电离概率与等离子体输运特性，导致 V-I 曲线的关键参数随气压呈现规律性变化，具体如下：

表 1: 不同气压下气体放电关键参数对比与物理机理

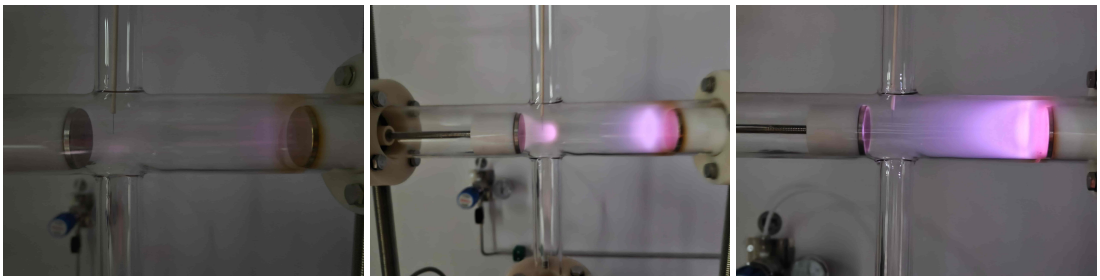
特性参数	变化规律（10Pa→25Pa）	实测数据	物理机理
击穿电压（着火电压）	随气压升高显著增大	10Pa: 385V 15Pa: 443V 20Pa: 454V 25Pa: 489V	符合**巴邢定律**右支特性（极间距 d 固定时，$V_b \propto pd$）： 气压升高 → 电子平均自由程缩短 → 电子两次碰撞间获得的能量 $eE\lambda_e$ 减小 → 需要更高电场（更高电压）使电子获得电离能，因此击穿电压增大。
正常辉光维持电压	随气压升高略有降低	10Pa: ∼315V 15Pa: ∼312V 20Pa: ∼305V 25Pa: ∼303V	正常辉光电压主要由阴极位降决定： 气压升高 → 阴极位降区厚度 $d_c \propto 1/p$ 减小 → 单位长度碰撞电离次数增多 → 电离效率提高 → 维持相同放电强度所需阴极位降降低。
正常 → 异常辉光转折点电流	随气压升高显著增大	10Pa 最小 25Pa 最大	正常辉光电流密度 j 为常数（由气体和阴极材料决定），总电流 $I = j \cdot A$： 气压升高 → 电流密度 j 增大 → 放电区域覆盖整个阴极时的总电流更大。
异常辉光区斜率（dV/dI）	随气压升高而减小	10Pa 斜率最大 25Pa 斜率最小	异常辉光区电压 $V = V_c + E_p \cdot L$： 气压升高 → 等离子体电导率 $\sigma \propto n_e\lambda_e$ 增大 → 相同电流增量下的电压增量更小 → 曲线斜率更平缓。

结论 不同气压下气体放电 V-I 特性曲线的共性源于低压气体放电的基本物理机制，而差异本质上是气压通过调控电子平均自由程与碰撞电离过程，改变了放电的建立条件、维持机制与输运特性。实验结果完全符合巴邢定律与辉光放电理论，验证了气压是影响气体放电特性的核心参数之一。

5.2 不同放电阶段的特性分析

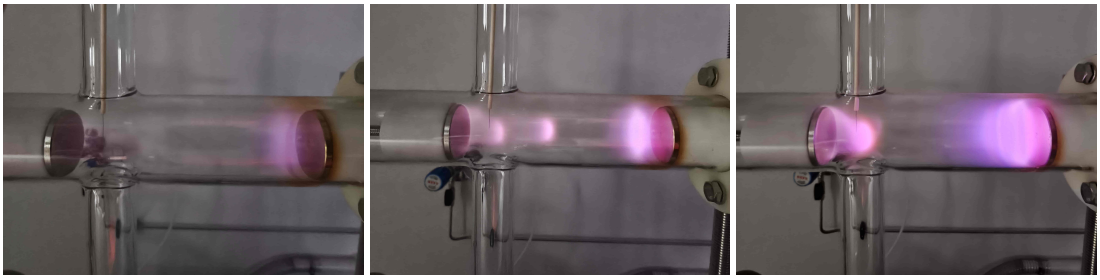
本实验在 10Pa、15Pa、20Pa、25Pa 四种气压下，均完整观测到了自持放电 → 正常辉光放电 → 异常辉光放电三个核心阶段。针对每个气压，在 V-I 特性曲线上选取与理论阶段对应的三个特征位置，拍摄了放电外形图，结合实测曲线与微观物理机制，对各阶段的特性进行系统分析。

四种气压下不同放电阶段的典型形貌如图7至图10所示：



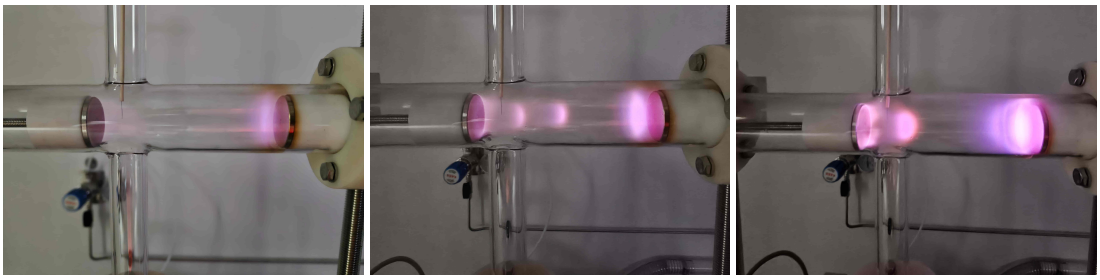
(a) 自持放电与辉光放电 ($23\mu A$)　(b) 正常辉光放电 ($181\mu A$)　(c) 异常辉光放电 ($1028\mu A$)

图 7: 10Pa 气压下不同放电阶段形貌



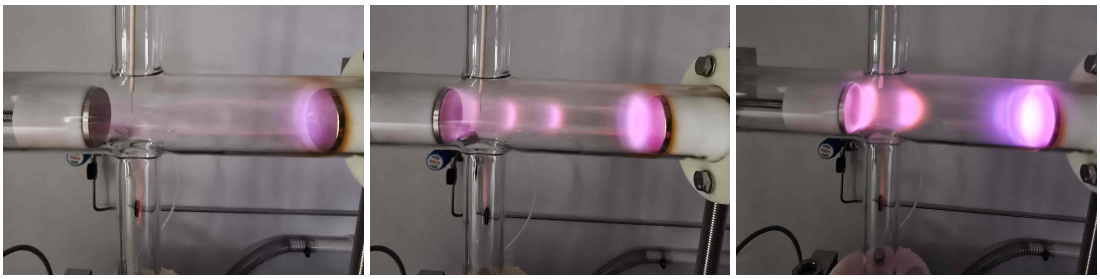
(a) 自持放电与辉光放电 (40μA)　(b) 正常辉光放电 (140μA)　(c) 异常辉光放电 (910μA)

图 8: 15Pa 气压下不同放电阶段形貌



(a) 自持放电与辉光放电 (58μA)　(b) 正常辉光放电 (174μA)　(c) 异常辉光放电 (1311μA)

图 9: 20Pa 气压下不同放电阶段形貌



(a) 自持放电与辉光放电 (68μA)　(b) 正常辉光放电 (212μA)　(c) 异常辉光放电 (1658μA)

图 10: 25Pa 气压下不同放电阶段形貌

5.2.1 自持放电与辉光放电阶段

共性特征：所有气压下均呈现典型的负阻特性——电压升高至击穿电压时，电流突然急剧增大，电压反而快速下降。实验中观察到该阶段放电极不稳定，电压存在明显波动（图6），辉光仅局限于阴极表面的微小区域，呈点状或小片状分布。

气压依赖特性：

- 击穿电压随气压升高显著增大（10Pa: 385V → 25Pa: 489V），符合巴邢定律右支特性；
- 辉光起始面积随气压升高略有增大，低气压下仅为针尖大小的点状辉光，高气压下扩展为直径约 1-2mm 的小片状辉光；
- 低气压下负阻特性更陡峭，电压下降更快；高气压下负阻区更平缓，电流增长相对缓慢。

物理解释：

自持放电的建立源于电子崩与阴极二次电子发射的正反馈效应：电子在电场中加速获得能量，与气体分子碰撞产生电离，形成电子崩；电子崩中的正离子撞击阴极表面，引起二次电子发射，补充新的载流子，使放电无需外界电离源即

可维持。该阶段放电不稳定的原因是：阴极表面参与发射的位点随机切换，且电离过程的涨落效应明显，导致电流和电压产生波动。

5.2.2 正常辉光放电阶段

共性特征：电压下降至最低点后，进入正常辉光放电阶段，理论上电压应在较宽电流范围内保持恒定。实验中观察到清晰的明暗相间分层结构，从阴极到阳极依次为阴极位降区、负辉区、法拉第暗区、正柱区，其中负辉区亮度最高，正柱区呈均匀的淡粉色光柱。

实验现象说明：

本实验中正常辉光放电的电压平台特征在 V-I 曲线中表现得不够明显，这是由于实验操作中，当放电进入正常辉光区时，高压电源的电压需要从 1 档切换至 2 档，切换过程中电压会出现突变，掩盖了正常辉光区电压恒定的平滑特性。从放电形貌可以明确判断，该阶段确实处于正常辉光放电状态：辉光区域随电流增大而扩展，且阴极位降保持不变。

气压依赖特性：

- 正常辉光维持电压随气压升高略有降低（10Pa: ≈315V → 25Pa: ≈303V）；
- 正柱区长度随气压升高显著变长，10Pa 时正柱区长度占放电管不到 1/3，25Pa 时占 2/3 左右；
- 辉光亮度随气压升高而增强，颜色从淡粉色逐渐变为深紫色，各区域边界更加清晰。

物理解释：

正常辉光放电的核心特征是阴极位降恒定。此时电流增大不是通过提高电场强度，而是通过扩大阴极表面的放电区域来实现。气压升高时，电子平均自由程缩短，单位长度内的碰撞电离次数增多，电离效率提高，因此维持相同放电强度所需的阴极位降降低，正柱区长度也随之缩短。

5.2.3 异常辉光放电阶段

共性特征：当放电区域扩展至整个阴极表面后，进入异常辉光放电阶段。此时电压随电流呈近似线性增长（图6），辉光已覆盖整个阴极表面，整体亮度显著增强，正柱区缩短且亮度提高。

气压依赖特性：

- 正常 → 异常辉光转折点电流随气压升高显著增大；
- 异常辉光区的电压-电流斜率随气压升高而减小，10Pa 时斜率最大，25Pa 时曲线最平缓；
- 高气压下异常辉光的亮度更高，阴极表面温度明显升高，可观察到阴极边缘的热辐射现象。

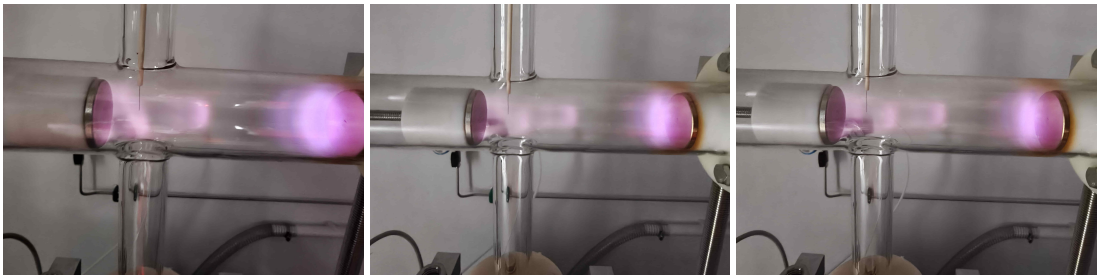
物理解释：

当阴极表面全部被放电覆盖后，电流无法再通过扩大放电面积来增加，必须提高阴极位降以增大电流密度。阴极位降升高使电子获得更高的能量，电离和激发过程更加剧烈，因此辉光亮度显著增强。同时，等离子体密度随电流增大而升高，等离子体电导率增大，因此高气压下相同电流增量对应的电压增量更小，曲线斜率更平缓。

结论 四种气压下的放电过程均完整验证了低压气体放电的三阶段理论。实验中观测到的击穿电压、维持电压、转折点电流等参数随气压的变化规律，与巴邢定律和辉光放电理论一致。正常辉光区电压平台不明显的现象是由电源量程切换的实验操作导致，通过放电形貌的观测可以准确判断放电阶段。

5.3 朗缪尔探针 I-V 特性曲线绘制

本实验在正常辉光放电状态下开展，依次在 15Pa、17Pa、19Pa 三种气压下，调节放电参数使朗缪尔探针处于正柱区的明亮等离子体区域，如图11所示



(a) 15Pa 下　　(b) 17Pa 下　　(c) 19Pa 下

图 11: 朗缪尔探针处于正柱区的明亮等离子体区域

在饱和区以 5V 为步长改变探针偏置电压，在饱和区以 5V 为步长改变探针偏置电压，测量得到探针电流随电压的变化关系数据为7、8、9，使用代码2绘制朗缪尔探针 I-V 特性曲线如图12、**??**所示

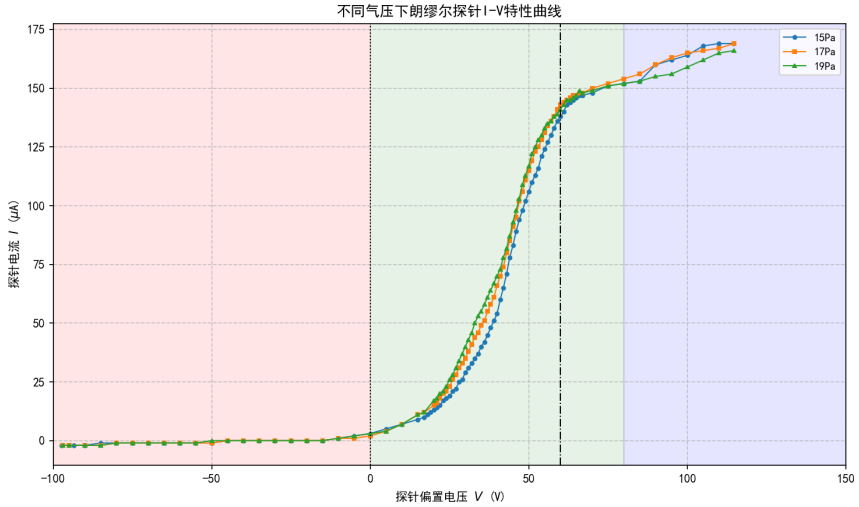
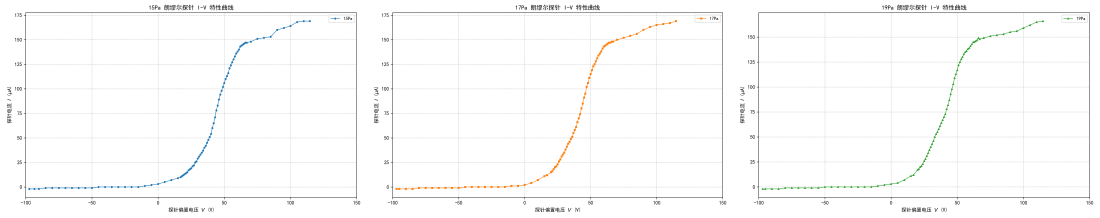


图 12: Langmuir 探针 I-V 特性曲线汇总图



(a) 15Pa 下　　(b) 17Pa 下　　(c) 19Pa 下

图 13: Langmuir 探针 I-V 特性曲线

5.3.1 探针 I-V 特性曲线区域划分

由图12与图13可见，三种气压下的朗缪尔探针 I-V 曲线均呈现典型的低压等离子体单探针特征，沿电压升高方向可清晰划分为三个功能区域：

1. **离子饱和区**：当探针偏置电压为较大负值时，电子被探针表面的正鞘层完全排斥，仅有热运动的正离子能够扩散到达探针表面，电流基本保持恒定且为负值。由于离子质量远大于电子，热运动速度低，因此离子饱和电流幅值很小，三种气压下均约为 $-2\,\mu$A。

2. **过渡区（电子电流增长区）**：随着探针偏置电压升高，鞘层势垒逐渐降低，能量高于势垒的热电子开始陆续到达探针，探针电流由负转正并呈指数形式快速增长。该区间内电子电流满足麦克斯韦分布规律，是计算电子温度的核心数据区域。

3. **电子饱和区**：当探针偏置电压高于等离子体空间电位后，正离子被完全排斥，所有扩散至探针收集范围内的电子均被探针收集，电流增长速率显著放缓并逐渐趋于平稳，达到电子饱和电流。

5.3.2 等离子体特征电位读取

从探针 I-V 特性曲线中可直接读取两个关键的等离子体特征电位：

- **等离子体悬浮电位 V_f**：探针净电流为零时对应的偏置电压。此时探针悬浮于等离子体中，单位时间内到达探针表面的电子数与离子数相等，宏观电流为零。由于电子迁移率远高于离子，悬浮电位通常为负值。
- **等离子体空间电位 V_s**：过渡区与电子饱和区的拐点电位，对应等离子体本体相对于地的电势。当探针电压等于空间电位时，探针表面等离子体鞘层消失，电子收集效率达到最大。

通过线性插值与数值微分法，从实测曲线中提取得到三种气压下的特征电位，结果如表2所示。

表 2: 不同气压下等离子体特征电位测量结果

气压 / Pa	悬浮电位 V_f / V	空间电位 V_s / V
15	-30.0	43.0
17	-30.0	46.0
19	-32.5	44.0

由表可见，三种气压下悬浮电位均处于 $-30\,\mathrm{V}$ 左右，空间电位均处于 $43 \sim 46\,\mathrm{V}$ 区间，随气压变化无显著单调规律，主要受放电整体工况与探针轴向位置的影响。

5.4 等离子体参数计算

基于实测的朗缪尔探针 I-V 特性曲线，结合麦克斯韦电子分布假设，可定量计算电子温度、等离子体密度与德拜长度三个核心参数。实验所用朗缪尔探针为圆柱形钨丝，参数为：针尖直径 $D = 0.12\,\mathrm{mm}$，有效长度 $L = 10\,\mathrm{mm}$，有效收集面积为：

$$A_p = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 + \pi D L \tag{10}$$

代入数值计算得探针有效收集面积 $A_p \approx 3.78 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$。

5.4.1 电子温度计算

在过渡区内，假设电子速度满足麦克斯韦-玻尔兹曼分布，则探针收集的电子电流满足：

$$I_e = I_{\mathrm{sat}} \exp\left(\frac{e(V - V_s)}{k T_e}\right) \tag{11}$$

其中 I_{sat} 为电子饱和电流，e 为元电荷，k 为玻尔兹曼常数，T_e 为电子温度。

对式(11)两边取自然对数，可得：

$$\ln I_e = \ln I_{\mathrm{sat}} + \frac{e}{k T_e}\,(V - V_s) \tag{12}$$

可见 $\ln I_e$ 与探针电压 V 呈线性关系，其斜率为 $k_{\mathrm{slope}} = e/(kT_e)$。通过对过渡区数据进行最小二乘线性拟合，由斜率即可计算电子温度。若以能量单位 eV 表示电子温度，则有 $kT_e\,(\mathrm{eV}) = 1/k_{\mathrm{slope}}$。

数据处理中先扣除离子饱和电流的本底贡献，选取过渡区内线性度良好的区间进行拟合，三种气压下的拟合结果如表3所示。

表 3: 不同气压下电子温度拟合结果

气压 / Pa	拟合斜率 / V^{-1}	电子温度 kT_e / eV	拟合优度 R^2
15	0.0686	14.58	0.9986
17	0.0666	15.01	0.9948
19	0.0660	15.15	0.9850

结果表明，三种气压下 $\ln I_e$-V 曲线的线性拟合优度均高于 0.98，验证了过渡区电子电流的指数增长特性与麦克斯韦分布假设的合理性。电子温度随气压升高呈现微弱的上升趋势，整体处于 $14.5 \sim 15.2\,\mathrm{eV}$ 区间

5.4.2 等离子体密度计算

当探针偏置电压高于空间电位时，电子电流达到饱和，饱和电子电流与等离子体电子密度的关系为：

$$I_{\mathrm{sat}} = n_e e A_p \sqrt{\frac{kT_e}{2\pi m_e}} \tag{13}$$

其中 n_e 为等离子体电子密度，m_e 为电子质量。

将式(13)变形，可得电子密度计算公式：

$$n_e = \frac{I_{\mathrm{sat}}}{eA_p}\sqrt{\frac{2\pi m_e}{kT_e}} \tag{14}$$

从 I-V 曲线的饱和区读取平均电子饱和电流，代入已测得的电子温度，计算得到等离子体密度结果如表4所示。由于等离子体宏观呈电中性，离子密度与电子密度相等，即等离子体密度 $n = n_e = n_i$。

表 4: 不同气压下等离子体密度计算结果

气压 / Pa	电子饱和电流 I_{sat} / μA	等离子体密度 n_e / m^{-3}
15	168.7	4.36×10^{14}
17	167.3	4.26×10^{14}
19	164.3	4.17×10^{14}

本次实验测得的等离子体密度处于 $10^{14}\,\mathrm{m}^{-3}$ 量级（约 $10^{8}\,\mathrm{cm}^{-3}$），属于低密度等离子体范畴，与低压辉光放电正柱区的等离子体密度水平一致。

5.5 实验误差分析

本实验等离子体参数的测量误差主要来源于以下几个方面：

1. **探针位置误差**：朗缪尔探针需精确处于正柱区的均匀等离子体区域，若探针轴向位置偏向法拉第暗区或负辉区，等离子体参数会偏离正柱区典型值。实验中通过目视辉光区域定位探针，存在一定的位置偏差。

2. **理论假设的系统偏差**：电子温度计算基于麦克斯韦速度分布假设，实际辉光放电等离子体中电子存在一定的非热分布，且空气中的氧气分子具有负电性，会吸附低能电子，导致测得的电子温度偏高。

3. **鞘层与轨道效应**：探针表面会形成等离子体鞘层，实际有效收集面积与几何面积存在差异；同时电子在鞘层中的轨道运动也会对饱和电流产生影响，带来密度计算的系统误差。

4. **仪器测量误差**：电流的分辨率为 $1\,\mu$A，小电流区间的读数误差较大，导致悬浮电位与过渡区低电流段的测量存在偏差；气压调节的微小波动也会引入随机误差。

5. **放电不稳定性**：辉光放电本身存在一定的电流与电压涨落，测量过程中等离子体状态的微小波动会导致探针电流出现噪声，影响拟合精度。

整体来看，实验测得的等离子体参数变化规律与理论预期定性一致，拟合优度良好，误差在可接受范围内，测量结果可靠。

6 结论

本实验系统完成了低压气体放电全过程观测与朗缪尔探针等离子体诊断，通过多组气压下的测量与分析，得到以下核心结论：

第一，低压气体放电的伏安特性呈现清晰的三阶段结构，且放电特性与气压存在显著的依赖关系。随着气压从 10Pa 升高至 25Pa，击穿电压从 385V 增大至 489V，符合巴邢定律右支的 pd 正比特性；正常辉光维持电压随气压升高略有降低，正常辉光向异常辉光转变的转折点电流随气压升高显著增大，异常辉光区的伏安曲线斜率随气压升高逐渐减小。上述规律均源于气压对电子平均自由程与碰撞电离概率的调控作用，与辉光放电理论完全一致。实验中观测到的正常辉光放电明暗分层结构，清晰验证了阴极位降区、负辉区、法拉第暗区、正柱区等典型区域的物理特征，从形貌层面印证了辉光放电的微观机制。

第二，朗缪尔探针法可有效实现低压等离子体的定量诊断。三种气压下的探针 I-V 曲线均呈现典型的离子饱和区、过渡区、电子饱和区三段结构，通过过渡区线性拟合得到的电子温度处于 14.5～15.2 eV 区间，随气压升高呈微弱上升趋势；计算得到的等离子体密度处于 $10^{14}\ \mathrm{m}^{-3}$ 量级，属于低密度等离子体范畴，与低压辉光放电正柱区的参数水平相符。德拜长度计算结果表明探针尺寸满足测量前提，实验结果可靠。

综上，本实验完整实现了预设的实验目标，不仅掌握了低压气体放电的演化规律与辉光放电的区域特性，也熟练掌握了朗缪尔探针的测量原理与等离子体参数的计算方法，深化了对气体导电机理与等离子体基本性质的理解。

参考文献

[1] 杨津基. 气体放电 [M]. 北京: 科学出版社, 1983.

[2] 胡志强. 气体电子学 [M]. 北京: 电子工业出版社, 1985.

[3] Chen F F. Langmuir Probe Diagnostics[M]. University of California, 2003.

[4] Hiden Langmuir Probe Manual[M]. 2003.

[5] Plasmart Probe system manual[M]. 2004

[6] SmartProbe System Manual[M]. 2002.

[7] 东北工学院机械系真空专业教研室. 真空技术的物理基础 (下)[M]. 1977.

[8] 北京大学电子物理专业. 真空物理基础 [M]. 1981.

[9] 东北工学院机械系真空专业教研室. 真空物理基础 [M]. 1981.

[10] 沈阳斯玛特真空科技有限公司. 物理实验-气体放电与等离子体诊断理论基础 [M]. 2017.

附录 A: 签名页

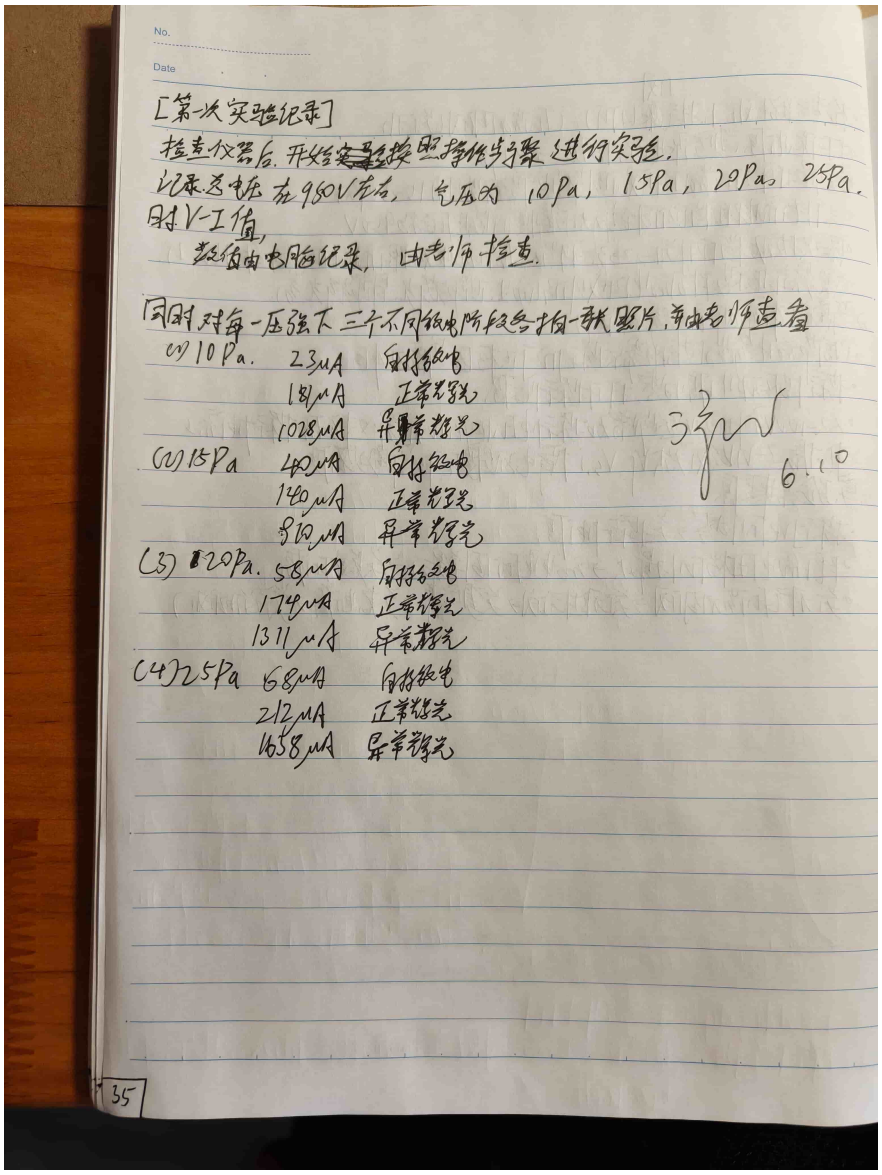


图 14: 第一次实验老师签名页

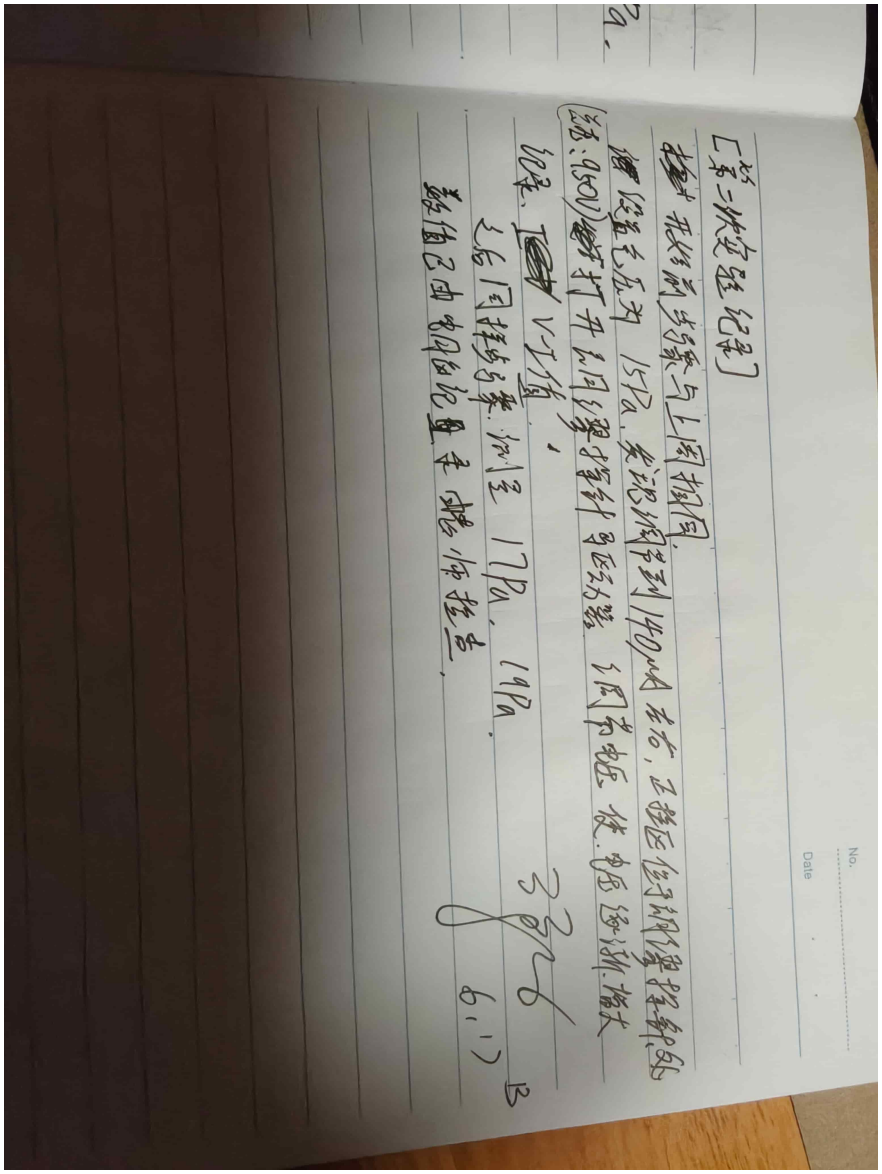


图 15: 第二次实验老师签名页

附录 B: 源代码

Listing 1: 伏安特性曲线作图源代码

```python
import sys
from pathlib import Path
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import warnings

# ==================== 1. 配置文件路径与对应气压 ====================
# 文件相对于脚本目录
script_dir = Path(__file__).parent if '__file__' in globals() else Path.cwd()
file_config = [
    {"path": "V-I1.csv", "label": "10Pa", "marker": "o", "color": "#1f77b4"},
```

```
    {"path": "V-I2.csv", "label": "15Pa", "marker": "s", "color": "#ff7f0e"},
    {"path": "V-I3.csv", "label": "20Pa", "marker": "^", "color": "#2ca02c"},
    {"path": "V-I4.csv", "label": "25Pa", "marker": "d", "color": "#d62728"},
]

# ==================== 2. 绘图风格设置 ====================
plt.rcParams['font.sans-serif'] = ['SimHei']  # 解决中文乱码
plt.rcParams['axes.unicode_minus'] = False
fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 6), dpi=150)

# ==================== 3. 循环读取数据并绘制对数曲线 ====================
plotted = 0
for config in file_config:
    p = script_dir / config["path"]
    if not p.exists():
        warnings.warn(f"数据文件未找到，跳过：{p}")
        continue
    # 尝试自动检测分隔符
    try:
        df = pd.read_csv(p, sep=None, engine='python')
    except Exception:
        try:
            df = pd.read_csv(p)
        except Exception as e:
            warnings.warn(f"读取文件失败 {p}: {e}")
            continue

    if df.shape[1] < 2:
        warnings.warn(f"文件列数少于2，跳过：{p}")
        continue

    # 注意：CSV 中第一列为电流，第二列为电压
    current = pd.to_numeric(df.iloc[:, 0], errors='coerce')
    voltage = pd.to_numeric(df.iloc[:, 1], errors='coerce')

    # 过滤无效和非正电流
    mask = current.notna() & voltage.notna() & (current > 0)
    if not mask.any():
        warnings.warn(f"没有有效的正电流数据，跳过：{p}")
        continue

    current = current[mask]
    voltage = voltage[mask]

    # 横坐标为电流，纵坐标为电压
    ax.plot(
        current, voltage,
        marker=config["marker"],
        color=config["color"],
        linestyle="-",
        linewidth=1,
        markersize=3,
        label=config["label"]
    )
    plotted += 1

    # 另外为每组数据生成单独的图并保存
    try:
        fig_i, ax_i = plt.subplots(figsize=(8, 6), dpi=150)
        ax_i.plot(
```

```
            current, voltage,
            marker=config["marker"],
            color=config["color"],
            linestyle='-',
            linewidth=1,
            markersize=3,
            label=config["label"]
        )
        ax_i.set_xscale('log')
        ax_i.set_xlabel('电流 I (uA)', fontsize=10)
        ax_i.set_ylabel('电压 V (V)', fontsize=10)
        ax_i.set_title(f'I-V  - {config["label"]}', fontsize=12)
        ax_i.legend(fontsize=9, loc='best')
        ax_i.grid(True, which='both', linestyle='--', alpha=0.7)
        fig_i.tight_layout()
        safe_label = str(config["label"]).replace(' ', '_')
        out_ind = script_dir / f'I-V_{safe_label}.png'
        fig_i.savefig(out_ind, dpi=300, bbox_inches='tight')
        print(f"已保存单独图像: {out_ind}")
        plt.close(fig_i)
    except Exception as e:
        warnings.warn(f"保存单独图像失败 ({config['path']}): {e}")

# ==================== 4. 图像美化与标签 ====================
if plotted == 0:
    raise RuntimeError("没有绘制任何曲线。请检查数据文件是否存在并包含有效数据。")

ax.set_xscale('log')
ax.set_xlabel('电流 I (uA)', fontsize=10)
ax.set_ylabel('电压 V (V)', fontsize=10)
ax.set_title('不同气压下气体放电管I（对数刻度横轴）-V特性曲线', fontsize=12)
ax.legend(fontsize=9, loc="best")
ax.grid(True, which='both', linestyle='--', alpha=0.7)  # 同时显示主/次网格
fig.tight_layout()

# ==================== 5. 保存并显示图像 ====================
out_png = script_dir / 'V-I_plot.png'
fig.savefig(out_png, dpi=300, bbox_inches='tight')
print(f"已保存图像到: {out_png}")
try:
    plt.show()
except Exception:
    # 在无显示环境中 plt.show() 可能会失败，忽略
    pass
```

Listing 2: Langmuir 探针 I-V 曲线作图源代码

```
import os
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

# ==================== 1. 配置文件路径与绘图参数 ====================
script_dir = os.path.dirname(os.path.abspath(__file__))
file_config = [
    {"path": os.path.join(script_dir, "I-V15Pa.csv"), "label": "15Pa", "color": "#1f77b4",
        "marker": "o"},
    {"path": os.path.join(script_dir, "I-V17Pa.csv"), "label": "17Pa", "color": "#ff7f0e",
        "marker": "s"},
    {"path": os.path.join(script_dir, "I-V19Pa.csv"), "label": "19Pa", "color": "#2ca02c",
```

```
        "marker": "^"},
]

# 保存单独图片的辅助函数

def save_single_plot(voltage, current, config, script_dir):
    safe_label = config["label"].replace(" ", "_")
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 6), dpi=150)
    ax.plot(
        voltage,
        current,
        marker=config["marker"],
        color=config["color"],
        linestyle="-",
        linewidth=1,
        markersize=3,
        label=config["label"]
    )
    ax.set_xlabel('探针偏置电压 $V$ (V)', fontsize=10)
    ax.set_ylabel('探针电流 $I$ ($\\mu$A)', fontsize=10)
    ax.set_title(f'{config["label"]} 朗缪尔探针 I-V 特性曲线', fontsize=12)
    ax.legend(fontsize=9, loc="best")
    ax.grid(True, which='both', linestyle='--', alpha=0.7)
    ax.set_xlim(left=-100, right=150)
    fig.tight_layout()
    output_path = os.path.join(script_dir, f"{safe_label}_I-V.png")
    fig.savefig(output_path, dpi=300, bbox_inches='tight')
    plt.close(fig)

# 支持多种编码，先尝试 UTF-8，再退回 GBK 或 Latin-1
def read_csv_with_encoding(path):
    encodings = ["utf-8", "gbk", "cp1252", "latin1"]
    for encoding in encodings:
        try:
            return pd.read_csv(path, header=0, encoding=encoding)
        except UnicodeDecodeError:
            continue
    return pd.read_csv(path, header=0, encoding="latin1")

# 绘图风格设置（适配学术报告）
plt.rcParams['font.sans-serif'] = ['SimHei']  # 解决中文乱码
plt.rcParams['axes.unicode_minus'] = False
plt.figure(figsize=(10, 6), dpi=150)

# ==================== 2. 循环读取数据并绘制曲线 ====================
for config in file_config:
    df = read_csv_with_encoding(config["path"])
    if df.shape[1] < 2:
        raise ValueError(f"文件 {config['path']} 至少需要两列数据：电压和电流。")

    voltage = pd.to_numeric(df.iloc[:, 0], errors="coerce")
    current = pd.to_numeric(df.iloc[:, 1], errors="coerce")
    valid = voltage.notna() & current.notna()
    voltage = voltage[valid].to_numpy()
    current = current[valid].to_numpy()

    plt.plot(
        voltage,
        current,
        marker=config["marker"],
```

```
        color=config["color"],
        linestyle="-",
        linewidth=1,
        markersize=3,
        label=config["label"]
    )

    # 保存单独的 I-V 曲线图片
    save_single_plot(voltage, current, config, script_dir)

# ====================== 3. 图像美化与专业标注 ======================
# 坐标轴与标题
plt.xlabel('探针偏置电压 $V$ (V)', fontsize=10)
plt.ylabel('探针电流 $I$ ($\\mu$A)', fontsize=10)
plt.title('不同气压下朗缪尔探针I-V特性曲线', fontsize=12)

# 图例与网格
plt.legend(fontsize=9, loc="best")
plt.grid(True, which='both', linestyle='--', alpha=0.7)

# 标注三个核心区域（适配你的数据范围）
plt.axvspan(-100, 0, alpha=0.1, color='red', label='离子饱和区')
plt.axvspan(0, 80, alpha=0.1, color='green', label='过渡区（电子电流增长）')
plt.axvspan(80, 150, alpha=0.1, color='blue', label='电子饱和区')

# 标注特征电位位置
plt.axvline(x=0, color='black', linestyle=':', linewidth=1, label='悬浮电位 $V_f$')
plt.axvline(x=60, color='black', linestyle='-.', linewidth=1, label='空间电位 $V_s$')

# 坐标轴范围优化（根据你的数据自动适配）
plt.xlim(left=-100, right=150)
plt.tight_layout()

# ====================== 4. 显示/保存图像 ======================
plt.show()
# 取消下方注释可直接保存高清图片到本地目录
# plt.savefig(os.path.join(script_dir, '朗缪尔探针I-V特性曲线.png'), dpi=300,
    bbox_inches='tight')
```

附录 C: 原始数据

Listing 3: 10Pa 气压 V-I 数据

```
I/ A ,V/V
5,385
5,400
8,375
9,369
11,361
12,360
14,357
16,353
17,352
18,354
21,351
23,348
23,350
```

```
27,343
30,340
32,334
32,334
37,328
39,325
44,322
48,316
52,316
56,317
62,320
66,322
73,326
81,330
87,332
121,351
133,356
152,364
181,376
221,389
242,396
250,398
256,401
262,403
272,406
271,406
285,408
296,413
298,415
312,420
324,424
331,426
335,428
364,438
382,443
412,455
430,460
442,465
464,472
495,485
528,496
554,504
584,514
582,516
598,519
640,532
734,559
866,591
945,610
1028,632
1040,634
1106,644
1126,650
1150,656
1189,664
1212,669
```

Listing 4: 15Pa 气压 V-I 数据

```
I/ A ,V/V
1,443
2,442
5,418
6,412
7,408
8,405
10,402
12,400
13,398
15,396
17,394
20,389
20,392
23,388
25,385
28,378
28,377
32,376
32,376
37,370
41,364
50,342
53,338
60,337
64,336
72,333
85,312
92,313
132,317
145,320
164,325
198,331
240,339
264,345
272,347
279,348
286,350
299,352
300,352
318,357
330,358
336,360
351,363
362,366
372,368
376,369
410,376
430,379
468,386
491,391
510,394
542,399
566,404
600,410
621,413
668,421
684,424
712,429
```

```
772,437
910,454
1116,482
1268,499
1454,519
1515,528
1621,540
1678,548
1720,552
1798,562
1831,568
```

Listing 5: 20Pa 气压 V-I 数据

```
I/ A ,V/V
0,454
2,446
5,421
7,413
8,410
9,408
10,406
12,400
13,399
15,398
17,398
19,398
19,400
22,399
24,396
26,392
27,392
31,383
32,381
36,381
40,379
44,372
48,364
58,352
63,348
71,346
80,343
87,341
137,305
152,307
174,311
210,316
260,324
286,328
292,329
298,331
306,332
320,334
322,334
342,336
350,338
352,339
376,342
389,343
```

```
394,345
403,345
446,351
461,354
503,358
526,362
552,364
589,369
620,372
663,378
702,381
747,387
769,389
802,393
874,400
1050,419
1311,443
1472,459
1716,479
1798,486
1952,498
2062,502
2083,508
2224,515
2314,522
```

Listing 6: 25Pa 气压 V-I 数据

```
I/ A ,V/V
0,486
1,489
4,444
5,425
7,406
9,403
10,401
12,398
14,392
16,390
17,390
20,389
19,392
23,392
24,394
27,392
27,389
30,387
32,381
37,376
40,375
44,371
49,365
56,357
60,354
68,350
78,346
84,345
124,339
140,334
```

```
174,303
212,305
259,310
290,313
296,313
303,313
312,315
326,317
325,317
348,319
356,325
364,325
381,322
396,323
406,325
415,326
456,330
480,332
526,336
546,339
568,340
604,344
640,347
686,352
736,357
796,362
815,364
849,367
932,373
1122,389
1423,409
1638,422
1956,442
2056,447
2264,459
2363,465
2478,471
2638,485
2761,486
```

Listing 7: 15Pa 等离子体 I-V 数据

```
V/V,I/¦ A
-97.3,-2
-93.4,-2
-90,-2
-85,-1
-80,-1
-75,-1
-70,-1
-65,-1
-60,-1
-55,-1
-50,-1
-45,0
-40,0
-35,0
-30,0
-25,0
```

```
-20,0
-15,0
-10,1
-5,2
0,3
5,5
10,7
15,9
17,10
18,11
19,12
20,13
21,14
22,15
23,17
24,18
25,19
26,21
27,22
28,25
29,26
30,29
31,31
32,33
33,35
34,37
35,40
36,42
37,45
38,48
39,51
40,54
41,60
42,65
43,71
44,78
45,83
46,89
47,94
48,98
49,102
50,106
51,110
52,113
53,116
54,121
55,124
56,127
57,130
58,133
59,136
60,138
61,140
62,143
63,144
64,145
65,146
66,147
67,147
70,148
```

```
75,151
80,152
85,153
90,160
95,162
100,164
105,168
110,169
114.6,169
```

Listing 8: 17Pa 等离子体 I-V 数据

```
V/V,I/¦ A
-97,-2
-95,-2
-90,-2
-85,-2
-80,-1
-75,-1
-70,-1
-65,-1
-60,-1
-55,-1
-50,-1
-45,0
-40,0
-35,0
-30,0
-25,0
-20,0
-15,0
-10,1
-5,1
0,2
5,4
10,7
15,11
17,12
20,15
21,16
22,18
23,20
24,21
25,23
26,26
27,28
28,31
29,33
30,35
31,38
32,41
33,44
34,46
35,49
36,51
37,55
38,58
39,61
40,66
```

```
41,70
42,74
43,80
44,85
45,91
46,95
47,102
48,106
49,111
50,115
51,119
52,123
53,125
54,128
55,131
56,134
57,136
58,138
59,141
60,143
61,144
62,145
63,146
64,147
65,147
66,148
67,148
70,150
75,152
80,154
85,156
90,160
95,163
100,165
105,166
110,167
114.7,169
```

Listing 9: 19Pa 等离子体 I-V 数据

```
V/V,I/¦ A
-96.9,-2
-95,-2
-90,-2
-85,-2
-80,-1
-75,-1
-70,-1
-65,-1
-60,-1
-55,-1
-50,0
-45,0
-40,0
-35,0
-30,0
-25,0
-20,0
-15,0
```

```
-10,1
-5,2
0,3
5,4
10,7
15,11
17,12
20,17
21,18
22,20
23,21
24,23
25,26
26,28
27,31
28,34
29,37
30,40
31,43
32,46
33,50
34,53
35,55
36,58
37,61
38,64
39,67
40,70
41,73
42,78
43,82
44,87
45,93
46,98
47,103
48,109
49,113
50,117
51,122
52,125
53,128
54,130
55,133
56,135
57,136
58,138
59,139
60,141
61,143
62,145
63,145
64,146
65,147
66,149
67,148
70,149
75,151
80,152
85,153
90,155
```

```
95,156
100,159
105,162
110,165
114.8,166
```