DX 混沌电路实验

实验者: 周文斌 (　　)　陈敖宇 (　　)
中山大学物理学院，陆祐堂

摘　要: 本实验以三阶自治非线性混沌系统为研究对象，系统完成蔡氏混沌电路与 Genesio 混沌系统的仿真分析、硬件搭建与实测对比。基于 Multisim 软件对两类混沌电路进行仿真，明确各动力学状态对应的参数区间；利用 NI VirtualBench 平台分别对成品蔡氏集成电路、面包板自建蔡氏电路与 Genesio 自选电路进行测试，观测到平衡态、极限环、单涡旋与双涡旋混沌吸引子等典型非线性现象。实验结果表明，仿真与实测在演化规律上一致，但在分岔点位置、混沌区间宽度与吸引子对称性上存在显著差异，差异源于元器件非理想特性、寄生参数、电源噪声及混沌系统的初值敏感性。本实验验证了混沌动力学理论，掌握了混沌电路的设计、仿真与硬件实现方法。

关键词：混沌电路；蔡氏电路；Genesio 混沌系统；Multisim 仿真；非线性动力学

1 引言

20 世纪 60 年代，Lorenz 在大气对流研究中发现了首个混沌吸引子，奠定了混沌学的研究基础；1984 年华裔学者蔡少棠提出了结构简单且能产生丰富混沌现象的蔡氏电路，成为非线性动力学与混沌实验教学的经典模型。混沌现象是确定的非线性动力学系统中,无需附加随机因素即可产生的类随机、具有初值极端敏感性、轨道永不重复且具备分形自相似结构的复杂动力学行为,其研究已广泛渗透至电子学、信息科学、气象学、保密通信等多个领域。

本实验分为两个核心部分：其一为蔡氏混沌电路的研究，通过 Multisim 仿真、硬件电路搭建与实测、完整观测并验证蔡氏电路的典型混沌现象;其二为自选混沌系统的拓展研究，以 Genesio 混沌系统为对象，完成动力学方程分析、电路仿真、数值求解与硬件实现，进一步深化对混沌系统设计与实现方法的理解。

2 实验目的

本实验分为蔡氏混沌电路基础实验与自选混沌系统拓展实验两部分，核心实验目的如下：

1. 学习 Multisim 电路仿真软件的使用方法，掌握基于 SPICE 内核的电子电路仿真设计与参数优化技巧；
2. 学习蔡氏混沌电路的工作原理，理解三阶自治非线性动力学系统的混沌产生机制，并用 Multisim 完成蔡氏电路的仿真，观测极限环、单螺旋与双螺旋混沌吸引子等典型非线性现象；
3. 学习 NI ELVIS 平台、NI VirtualBench 一体化仪器的使用方法，掌握虚拟仪器的信号采集、相图观测与参数调试技巧；
4. 自行搭建蔡氏混沌硬件电路，完成混沌现象的实测，比对仿真与实验结果，分析元器件误差对系统动力学特性的影响；
5. 基于 LabVIEW（或 MATLAB、Python 等）软件，根据自选混沌系统的动力学方程编程生成吸引子图像，深化对混沌系统数值求解方法的理解；
6. 自主检索或设计与动力学方程相匹配的自选混沌电路（如 Genesio、Lorenz 等），采用 Multisim 完成电路仿真，并尝试利用实验室元器件搭建硬件电路，观察混沌现象，完成计算结果、仿真结果与实验结果的对比分析。

3 仪器用具

1. 实验测控用计算机 1 台，已安装 Multisim、LabVIEW、ELVIS Launcher 和 NI VirtualBench 软件；
2. NI VirtualBench-8012 一体化仪器 1 台，集成混合信号示波器、函数发生器、数字万用表、数字 I/O 口与可编程直流电源；
3. NI ELVIS II+ 平台及原型板 1 套（可选，用于拓展实验）；
4. 电子元器件若干，包括线性电感、电容、电阻、运算放大器（如 LF358）、模拟乘法器、可调电阻器等；
5. 面包板 2 块，用于电路搭建；
6. 螺丝批 1 把、绝缘镊子 1 把，用于元器件安装与电路调试；
7. 导线若干，用于电路连接。

4 实验原理

4.1 混沌动力学基础

确定的动力系统存在平衡态、周期振荡态、准周期振荡态三种常见稳定状态，而混沌振荡是一种受限在有限区域内、轨道永不重复、具有遍历性的非稳定动力学行为，其核心特征包括：

1. 初值极端敏感性：初始条件的微小扰动会导致系统演化轨迹产生巨大差异，即经典的“蝴蝶效应”；

2. 频域特性：混沌信号的频谱为一定频率范围内的连续谱，区别于周期信号的离散谱；

3. 吸引子特性：混沌吸引子被局限在有限相空间内，整体具备稳定性，同时具有无穷层次的分形自相似结构。

4.2 蔡氏电路原理

蔡氏电路是结构最简的三阶自治非线性混沌电路，其核心结构由线性电感 L、线性电容 C_1 与 C_2、线性电阻 R、非线性电阻 R_N 构成。

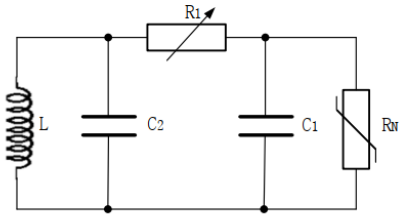


图 1: 蔡氏电路原理图

其中，LC_2 构成谐振振荡回路，非线性电阻 R_N 为有源分段线性电阻，是电路产生混沌行为的核心；线性电阻 R 用于调节 C_1 与 C_2 两端电压的相位差，控制系统的能量耗散。

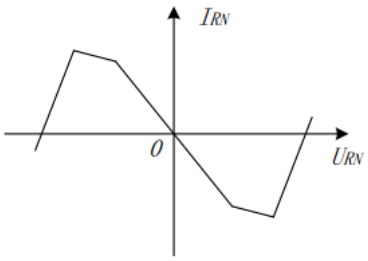


图 2: 非线性电阻伏安特性

根据基尔霍夫电压与电流定律，可推导得到蔡氏电路的非线性动力学方程组：

$$\begin{cases} C_1 \dfrac{dU_{C_1}}{dt} = \dfrac{1}{R}\left(U_{C_2} - U_{C_1}\right) - f\left(U_{C_1}\right) \\ C_2 \dfrac{dU_{C_2}}{dt} = i_L - \dfrac{1}{R}\left(U_{C_2} - U_{C_1}\right) \\ L \dfrac{di_L}{dt} = -U_{C_2} \end{cases} \tag{1}$$

式中，U_{C_1}、U_{C_2} 分别为电容 C_1、C_2 两端的电压，i_L 为流过电感 L 的电流，$f(U_{C_1})$ 为非线性电阻 R_N 的伏安特性函数

4.3 仿真与测试平台

4.3.1 Multisim 电路仿真软件

Multisim 是基于工业标准 SPICE 内核的电子线路仿真 EDA 软件，具备直观的操作界面、庞大的元器件模型库、齐全的虚拟仪器与强大的电路分析功能，可实现模拟/数字电路的仿真测试与参数优化，大幅提升电路设计的效率与可靠性，是本实验核心的电路仿真工具。

4.3.2 NI VirtualBench 一体化测试平台

NI VirtualBench 集成了混合信号示波器、函数发生器、数字万用表、可编程直流电源等功能，可通过上位机软件完成电路供电、信号采集与相图观测，是本实验硬件电路测试的核心平台。示波器的 XY 显示模式可直接观测混沌系统的相平面轨迹，是判断混沌现象的核心手段。



图 3: NI VirtualBench 平台外形图

4.4 Lorenz 混沌系统原理

Lorenz 混沌系统是混沌学研究的经典模型，由美国气象学家洛伦兹（E. Lorenz）在处理贝纳德（Benard）对流实验的基础上提出。他利用流体力学中的 Navier-Stokes 方程、热传导方程和连续性方程处理两无限大平面间的大气对流，推导出描述大气对流的非线性微分方程组，用于预测大气变化。

假设无限大平板水平放置，(x, y) 为水平方向，z 为垂直于平板的竖直方向，则洛伦兹方程的标准无量纲形式为：

$$\begin{cases} \dot{x} = P(y - x) \\ \dot{y} = \gamma x - y - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \tag{2}$$

其中，x 表示对流的翻动速率，y 表示对流时上升与下降液体之间的温差，z 表示垂直方向的温度梯度，xy 和 xz 为两个核心非线性项。(P, γ, b) 为无量纲参数：

- P 为普朗特（Prandtl）数，与液体的扩散系数 D_T 成正比；
- b 为速度阻尼常数，与对流的几何结构大小相关；
- $\gamma = R/R_C$ 为相对瑞利数，描述流体运动特性，其中瑞利数 $R = g \cdot \alpha \cdot \Delta T \cdot d^3/(\eta \cdot D_T)$，$g$ 为重力加速度，α 为热膨胀系数，ΔT 为两平板温差，d 为板间距离，η 为粘滞系数，D_T 为扩散系数。

当流体系统的瑞利数 R 大于临界瑞利数 R_C 时，流体出现对流；R 继续增大，系统进入湍流等混沌状态。当参数取经典值 $(P, \gamma, b) = (10, 28, 8/3)$ 时，式(2)的 Lorenz 系统处于混沌状态，其在 ZX 平面、YZ 平面的投影可观察到经典的“蝴蝶型”双螺旋混沌吸引子。

4.4.1 Lorenz 方程的电路实现

根据 Lorenz 方程式(2)，可设计基于运算放大器的模拟电路来实现该系统，通过电路的形式模拟和研究 Lorenz 系统的混沌特性。根据基尔霍夫定律，可推导得到 Lorenz 模拟电路的动力学方程为：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{R_{x2}}{R_{x1}R_{x3}C_x} \cdot y - \frac{1}{R_{x4}C_x} \cdot x \\ \frac{dy}{dt} = \frac{R_{y2}}{R_{y1}R_{y4}C_y} \cdot x - \frac{1}{R_{y3}C_y} \cdot y - \frac{1}{10R_{y5}C_y} \cdot xz \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{10R_{z2}C_z} \cdot xy - \frac{1}{R_{z1}C_z} \cdot z \end{cases} \tag{3}$$

对比式(2)与式(3)可知，只要电路参数满足以下匹配关系：

$$\begin{cases} \frac{R_{x2}}{R_{x1}R_{x3}C_x} = \frac{1}{R_{x4}C_x} = P \\ \frac{1}{R_{y3}C_y} = \frac{1}{10R_{y5}C_y} = 1, \quad \frac{R_{y2}}{R_{y1}R_{y4}C_y} = \gamma \\ \frac{1}{10R_{z2}C_z} = 1, \quad \frac{1}{R_{z1}C_z} = b \end{cases} \tag{4}$$

则电路的动力学方程与 Lorenz 无量纲方程具有完全相同的形式，可通过该模拟电路观测到 Lorenz 系统的混沌吸引子与分岔行为。

除 Lorenz 方程与蔡氏电路外，还有多种非线性微分方程也会出现混沌现象，如 Lienard 方程、Van Der Pol 方程、Duffing 方程、Rosslor 方程、陈氏（Chen′s）方程、Liu 方程、负阻尼振荡方程等，对应这些方程均可设计电路进行模拟。

4.5 Genesio 混沌系统原理

Genesio 混沌系统是典型的三阶自治非线性混沌系统，其动力学方程形式简洁，仅包含一个平方非线性项，易于通过模拟电路实现，其标准无量纲动力学方程为：

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = z \\ \dot{z} = -ax - by - cz + x^2 \end{cases} \tag{5}$$

式中，a、b、c 为系统正实参数，当参数取 $a = 1.2$、$b = 2.92$、$c = 6$ 时，系统处于混沌状态，可产生典型的单螺旋混沌吸引子。基于运算放大器的加法、积分、乘法电路，可实现该动力学方程的电路映射，完成 Genesio 混沌系统的硬件实现。

5 实验内容

本实验分为蔡氏混沌电路基础实验（DX1）与自选混沌系统拓展实验（DX2）两部分，具体实验内容如下：

5.1 蔡氏混沌电路基础实验（DX1）

1. **熟悉软件使用方法**参照实验室提供的“Multisim 电路仿真软件的基本使用方法”，尝试对 RLC 串并联电路、交直流电桥等基础电路进行模拟，掌握 Multisim 软件的原理图绘制、元器件调用、虚拟仪器使用与电路仿真分析方法。
2. **利用 Multisim 软件仿真蔡氏混沌电路**按照讲义提供的蔡氏混沌电路原理图搭建仿真电路，运行电路后，改变可调电阻和电感的调节步长，仔细调节元件参数，用示波器的 XY 显示功能进行观察。要求能分别观察到直线、极限环、双螺旋吸引子、第一次单螺旋吸引子、第二次单螺旋吸引子等不同混沌现象，并记录不同图形对应的仿真元件参数。
3. **搭建蔡氏混沌硬件电路**根据仿真结果，利用实验室提供的元器件和面包板，自行搭建蔡氏混沌电路。连接电路前需根据实验室提供的元器件外形画出布线图，再进行连线。实验过程中需将 LabVIEW 测控程序、VirtualBench 实验结果界面等内容截屏保存，以便撰写实验报告。
4. **利用 VirtualBench 观测混沌现象**
   (a) 用 USB 线连接 NI VirtualBench 和实验测控用计算机，接通计算机电源；
   (b) 接通 NI VirtualBench 电源，在计算机桌面打开“NI VirtualBench”软件；
   (c) 使 ±25V 直流电源输出处于关状态，通过鼠标或键盘将电源电压输出设定为 +8V 和-8V，作为混沌电路的电源；
   (d) 分别用杜邦线将 NI VirtualBench 实物仪器 +25V、-25V 端和地端分别与混沌电路中 IC 集成电路 LF358 的第 8 脚、第 4 脚、地相连接；
   (e) 将 NI VirtualBench 示波器 CH1 和 CH2 输入端分别接电路的 A 和 B 点；
   (f) 将 NI VirtualBench 虚拟示波器设置成 XY 模式，将“时间/格”值设为 1ms/格；
   (g) 接通直流电源开关，观察相图；

(h) 调节混沌电路的参数，在 VirtualBench 示波器界面上观察混沌振荡曲线，截屏保存，并与仿真结果进行对比，评估两者的异同。

5. **对 VirtualBench 编程观测混沌现象（选做）**运行 LabVIEW，通过 Initialize、Run、Read、Autosetup 和 Close 等函数实现 LabVIEW 编程显示波形，利用 LabVIEW 的远程控制功能实现混沌电路的远程实验。

5.2 自选混沌系统拓展实验（DX2）

1. **对自选混沌电路进行仿真**上网检索一个非蔡氏电路的混沌电路（如 Genesio、Lorenz 等），利用电路仿真软件（如 Multisim）进行仿真。要求：

   (a) 画出电路图；

   (b) 写出电路动力学方程；

   (c) 给出仿真实验结果的相图。

2. **硬件实现自选混沌电路**利用实验室提供的元器件和面包板，自行搭建自选混沌电路，观察混沌现象，并与仿真结果进行对比。

3. **混沌动力学方程的编程仿真（选做）**不采用电路仿真软件，而是采用编程计算的方法（如 LabVIEW、MATLAB、Python 等），根据混沌动力学方程（例如 Lorenz 方程）编写程序进行计算，给出运动轨迹，及其在 ZX 平面和 YZ 平面的投影，得到双吸引子的图像。

6 实验过程

6.1 DX1 蔡氏混沌电路实验

6.1.1 Multisim 仿真实验

基于 Multisim 软件搭建蔡氏混沌电路仿真模型，电路核心参数设置如下：电感 $L = 100$ mH，电容 $C_2 = 10$ nF，$C_1 = 100$ nF，非线性电阻采用双运放 LF358 搭建的有源分段线性电路实现，供电电压为 ± 8 V，通过调节可调电阻 R 的阻值，使用双通道示波器的 XY 模式观测 U_{C_1}-U_{C_2} 相平面轨迹。

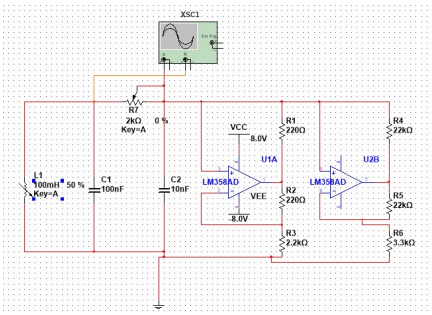


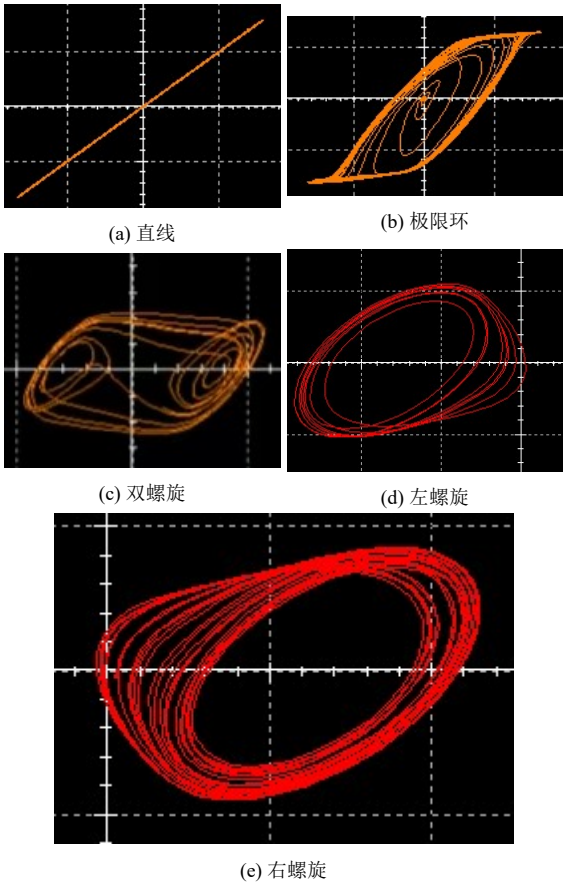
图 4: 仿真蔡氏电路图

调节可调电阻的阻值，依次观测到蔡氏电路的典型动力学行为，包括直线、极限环、双螺旋吸引子、左单螺旋吸引子、右单螺旋吸引子，各现象对应的电阻区间如表1所示。

表 1: 蔡氏电路仿真现象与对应电阻区间

系统动力学状态	可调电阻阻值区间 /Ω
直线（平衡态）	$0 \sim 0$
极限环（周期振荡）	$0 \sim 1598.3$
双螺旋混沌吸引子	$1598.3 \sim 1821.7$
左单螺旋混沌吸引子	$1821.7 \sim 1921.6$
右单螺旋混沌吸引子	$1921.6 \sim 1960.1$

观测各种蔡氏电路特殊现象，结果如图5



(a) 直线 (b) 极限环

(c) 双螺旋 (d) 左螺旋

(e) 右螺旋

图 5: 蔡氏电路不同动力学状态相图——仿真电路

6.1.2 现有集成电路蔡氏电路

根据老师提供现有蔡氏电路的集成电路进行测量，搭建电路如下:

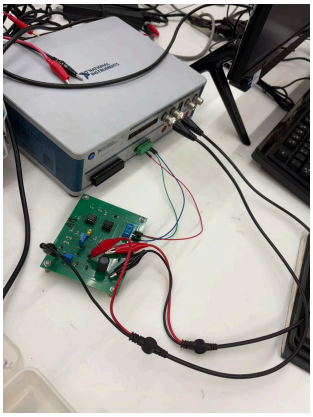
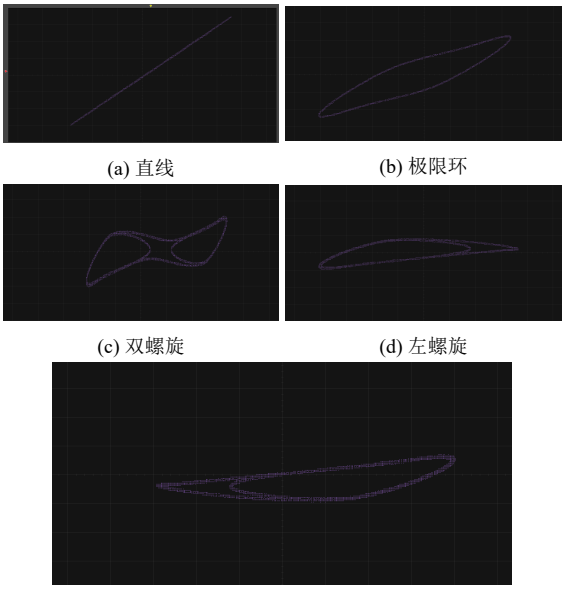


图 6: 蔡氏电路集成电路

仅调节电路中可调电阻的阻值，观测各种蔡氏电路特殊现象，结果如图7



(a) 直线 (b) 极限环

(c) 双螺旋 (d) 左螺旋

(e) 右螺旋

图 7: 蔡氏电路不同动力学状态相图——集成电路

实测得到的各动力学状态对应的电阻区间如表 2 所示

表 2: 蔡氏电路硬件实测现象与对应电阻区间

系统动力学状态	可调电阻阻值区间 /Ω
直线（平衡态）	0 ∼ 58.6
极限环（周期振荡）	58.6 ∼ 1307.0
双螺旋混沌吸引子	1307.0 ∼ 1350.1
左/右单螺旋混沌吸引子	1350.1 ∼ 1393.3
单螺旋混沌吸引子 (反复横跳)	1350.1 ∼ 1360.2

6.1.3 硬件电路搭建与实测

使用面包板、电子元器件搭建蔡氏混沌硬件电路，搭建电路如下：

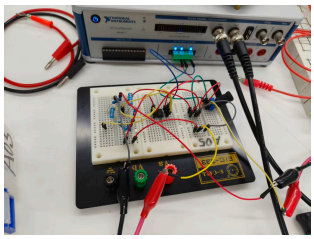


图 8: 自建蔡氏电路

采用 NI VirtualBench 平台完成电路供电与信号测试：

1. 平台设置：将可编程直流电源输出设置为 +8 V 与 −8 V，为运放电路供电；示波器双通道 CH1、CH2 分别接电容 C_1、C_2 两端，设置为 XY 显示模式，时基设置为 1 ms/格；

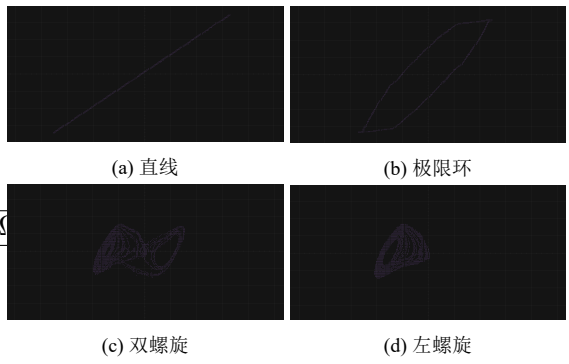
2. 电路调试：接通电源后，缓慢调节可调电阻的阻值，观测相平面轨迹的变化，依次记录各典型混沌现象对应的电阻区间，同时保存实测相图。

硬件实测得到的各动力学状态对应的电阻区间如表3所示。

表 3: 蔡氏电路硬件实测现象与对应电阻区间

系统动力学状态	可调电阻阻值区间 /Ω
直线（平衡态）	0 ∼ 19.6
极限环（周期振荡）	19.6 ∼ 1340.9
双螺旋混沌吸引子	1340.9 ∼ 1519.8
左单螺旋混沌吸引子	1519.8 ∼ 1903.6

仅调节仿真电路中可调电阻的阻值，观测各种蔡氏电路特殊现象，结果如图9



(a) 直线 (b) 极限环

(c) 双螺旋 (d) 左螺旋

图 9: 蔡氏电路不同动力学状态相图——自建电路

6.2 DX2 自设混沌系统实验

基于 Genesio 混沌系统的动力学方程式(5)，完成电路设计、Multisim 仿真与硬件实现，进一步拓展混沌系统的设计与实现能力。我们选取了老师上课给出的电路如图10

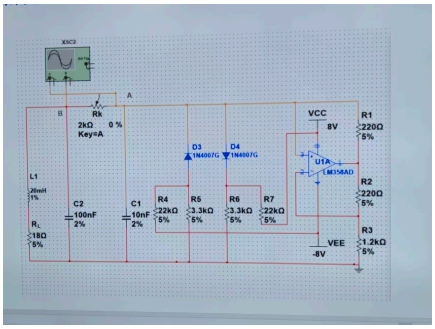


图 10: 自设电路图

6.2.1 电路仿真与结果

基于 Multisim 软件搭建自设混沌电路仿真模型如图11

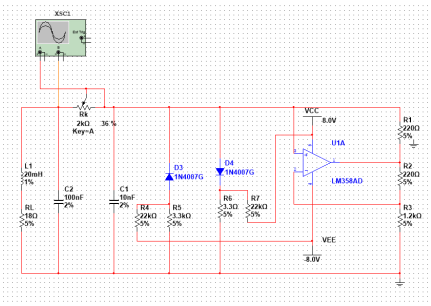
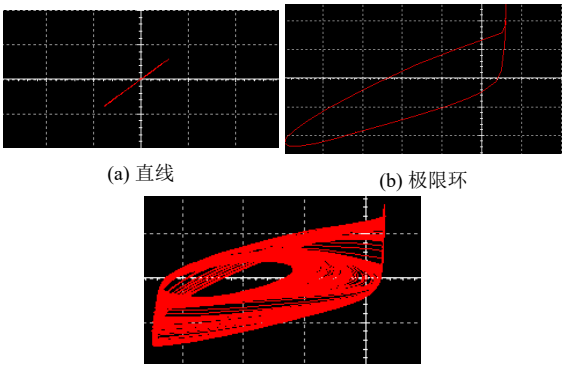


图 11: 自设电路仿真图

仅调节仿真电路中可调电阻的阻值，观察各种特殊现象如图



(a) 直线 (b) 极限环

(c) 单螺旋

图 12: 自设电路不同动力学状态相图——仿真电路

6.2.2 硬件电路搭建与实测

使用面包板、电子元器件搭建自设混沌硬件电路，搭建电路如下：

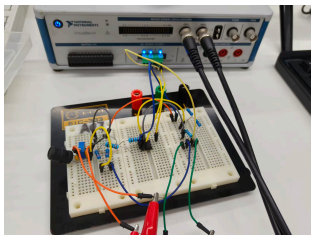


图 13: 自建自设电路

采用 NI VirtualBench 平台完成电路供电与信号测试：

1. 平台设置：将可编程直流电源输出设置为 $+8$ V 与 -8 V，为运放电路供电；示波器双通道 CH1、CH2 分别接电容 C_1、C_2 两端，设置为 XY 显示模式，时基设置为 1 ms/格；

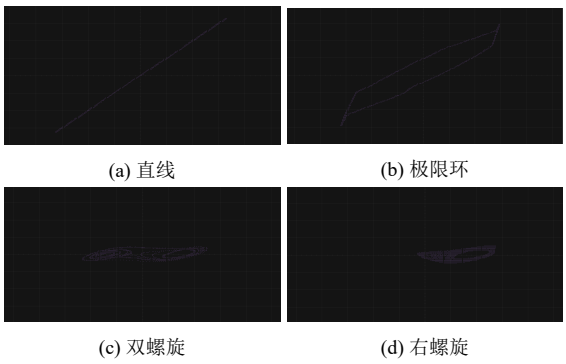
2. 电路调试：接通电源后，缓慢调节可调电阻的阻值，观测相平面轨迹的变化，依次记录各典型混沌现象对应的电阻区间，同时保存实测相图。

硬件实测得到的各动力学状态对应的电阻区间如表4所示。

表 4: 自设电路硬件实测现象与对应电阻区间

系统动力学状态	可调电阻阻值区间 /Ω
直线（平衡态）	$0 \sim 41.4$
极限环（周期振荡）	$41.4 \sim 1412.9$
双螺旋混沌吸引子	$1412.9 \sim 1488.8$
右单螺旋混沌吸引子	$1488.8 \sim 1570.5$

仅调节仿真电路中可调电阻的阻值，观测各种自设电路特殊现象，结果如图14



(a) 直线 (b) 极限环

(c) 双螺旋 (d) 右螺旋

图 14: 自设电路不同动力学状态相图——自建电路

7 实验结果分析

7.1 DX1 蔡氏混沌电路实验

7.1.1 Multisim 仿真实验

仿真结果表明，随着可调电阻阻值的增大，蔡氏电路依次经历平衡态、周期振荡、倍周期分岔，最终进入混沌状态，产生双螺旋与单螺旋混沌吸引子，与理论分析一致，为硬件电路的参数调试提供了明确的参考。

7.1.2 现有集成电路蔡氏电路

在实验参数调试过程中观测到，当可调电阻阻值处于双螺旋吸引子向单螺旋吸引子演化的临界区间时，系统产生的单螺旋吸引子会在左右两个螺旋态之间发生无规则的随机跳变；当可调电阻阻值进一步增大、超出该临界区间后，系统将稳定收敛至单侧的单螺旋吸引子。同时，基于本次实验所用的集成电路板开展重复测试发现，左单螺旋吸引子的出现概率显著高于右单螺旋吸引子，统计结果显示，平均需观测到数次左单螺旋现象，方可观测到一次右单螺旋现象。

7.1.3 硬件电路搭建与实测

实验观测显示，双螺旋状态下左侧螺旋的相轨迹密度远高于右侧螺旋；在单螺旋参数区间内，经多次重复实验，均未观测到右单螺旋现象，仅能稳定观测到左单螺旋吸引子。

7.1.4 仿真与实测结果对比

Multisim 仿真与硬件实测（含成品集成电路、面包板自建电路）的结果，在动力学演化规律的定性层面与蔡氏电路理论完全吻合，但在分岔点位置、混沌区间宽度、系统对称性的定量层面存在显著差异，具体对比分析与误差来源拆解如下：

1. 定性规律的一致性验证 无论是仿真模型、成品集成电路实测，还是面包板自建电路，随着可调电阻阻值的逐步增大，系统均严格遵循蔡氏电路的标准演化路径：平衡态（直线相图）→ 周期振荡（极限环）→ 倍周期分岔 → 双螺旋混沌吸引子 → 临界区间单螺旋态随机跳变 → 稳定单侧单螺旋吸引子。该演化规律与三阶自治非线性动力学系统的混沌产生理论完全匹配，直观验证了蔡氏电路混沌现象的核心产生机制，证实了理论模型的正确性。

2. 定量参数的显著差异分析 以仿真结果为理论基准，对比两组硬件实测的核心参数，差异主要体现在以下 3 个方面：

1. **混沌分岔点整体左移**仿真中，双螺旋混沌态的起始阻值为 1598.3Ω，稳定单螺旋态的起始阻值为 1821.7Ω；而成品集成电路实测中，双螺旋态起始阻值为 1307.0Ω，较仿真偏低 18.2%，单螺旋态起始阻值 1350.1Ω，较仿真偏低 25.9%；面包板自建电路中，双螺旋态起始阻值 1340.9Ω，较仿真偏低 16.1%，单螺旋态起始阻值 1519.8Ω，较仿真偏低 16.6%。所有实测场景中，混沌分岔点均向低阻值方向显著偏移。
2. **混沌区间宽度大幅压缩**仿真中双螺旋混沌态的阻值区间宽度为 223.4Ω，而成品集成电路实测中该区间宽度仅为 43.1Ω，较仿真压缩 80.7%；面包板自建电路中该区间宽度为 178.9Ω，较仿真压缩 19.9%。同时，仿真中可稳定观测的左、右单螺旋态总区间宽度为 138.4Ω，而成品集成电路中单侧单螺旋态区间宽度仅为 43.2Ω，区间压缩效应显著。
3. **系统对称性破缺**仿真模型中，蔡氏电路的左右螺旋吸引子具备严格的对称性，左、右单螺旋态对应的阻值区间宽度相近，双螺旋态中两侧相轨迹密度完全一致；但实测中出现了显著的对称性破缺：成品集成电路中左单螺旋的出现概率远高于右单螺旋，平均需观测数次左单螺旋现象，方可出现一次右单螺旋；面包板自建电路经多次重复测试，完全无法观测到稳定的右单螺旋态，仅能稳定观测到左单螺旋，同时双螺旋态中左侧螺旋的相轨迹密度显著高于右侧螺旋，该现象在理想仿真中完全未出现。

3. 误差与差异的来源拆解 上述定量差异并非实验操作失误导致，而是混沌系统的极端敏感性与实际电路的非理想特性共同作用的结果，核心来源可分为 4 类：

1. **元器件标称值与实测值的偏差**仿真中采用的是无误差的理想元器件模型，而实际电路中，电感、电容、电阻均存在标称值与实测值的偏差。尤其是实验所用的电感存在不可忽略的直流内阻，等效于在 LC 振荡回路中串联了额外的阻尼电阻，直接改变了系统的能量耗散速率，使得混沌态在更低的可调电阻阻值下即可出现，与实测中分岔点整体左移的现象完全吻合。
2. **有源器件的非理想特性**仿真中运算放大器 LF358 为理想模型，具备无限大开环增益、零输入失调与零输出阻抗；而实际运放存在有限开环增益、输入失调电压、温漂与带宽限制，会导致非线性电阻的实际伏安特性与理想分段线性特性产生偏差，直接改变了系统动力学方程的非线性项。这不仅会造成分岔点的偏移，更是导致系统左右螺旋对称性破缺的核心原因。
3. **电路寄生参数与布线影响**仿真中未纳入任何寄生参数，而实际电路中，面包板存在导线寄生电感、接触电阻与线路寄生电容，成品集成电路也存在布线带来的寄生参数。这些额外的寄生参数会改变三阶动力学方程的系数，导致系统分岔点偏移、混沌区间宽度压缩；其中成品集成电路布线更紧凑，寄生参数更小，因此混沌区间的压缩程度低于面包板电路，与实测结果完全匹配。

4. **电源噪声与环境电磁干扰**仿真中采用无纹波、无噪声的理想直流电源，而实际实验中，直流电源的输出纹波、环境中的电磁干扰会耦合进电路中。混沌系统对初始值与外界扰动具备极端敏感性，微小的随机噪声不仅会导致系统在临界分岔点附近出现单螺旋态的随机跳变，还会抑制部分混沌态的稳定存在，最终造成实测中混沌区间宽度远小于仿真结果。

4. 对比总结 尽管实测结果与理想仿真在定量参数上存在显著差异，但二者在混沌动力学演化的核心规律上完全一致，充分验证了蔡氏电路混沌理论的正确性。同时，实测中出现的分岔点偏移、混沌区间压缩、对称性破缺等现象，并非实验的失败，反而直观体现了混沌系统“对初始值与系统参数极端敏感”的核心特性，深化了对非线性混沌动力学行为的实验认知。

7.2 DX2 自设混沌系统实验

7.2.1 Multisim 仿真实验

基于 Multisim 完成 Genesio 自设混沌电路的仿真分析，仅调节可调电阻阻值，系统依次呈现直线（平衡态）、极限环（周期振荡）、单螺旋混沌吸引子三种典型动力学状态。仿真结果表明，该自设混沌电路的动力学演化规律符合三阶自治非线性系统的理论特性，随着可调电阻阻值增大，系统由稳定周期态逐步进入混沌态，相平面轨迹呈现出典型的混沌吸引子特征，为硬件电路的参数调试与现象观测提供了理论参考与参数依据。

7.2.2 硬件电路搭建与实测

通过面包板搭建 Genesio 自设混沌硬件电路，采用 NI VirtualBench 平台完成信号观测与参数调试。实验观测到，随着可调电阻阻值逐步增大，系统依次呈现直线平衡态、极限环周期振荡态、双螺旋混沌吸引子态、右单螺旋混沌吸引子态，完整复现了混沌系统由周期态向混沌态演化的分岔过程。成功实现了 Genesio 混沌系统的硬件复现。

7.2.3 仿真与实测结果对比

Multisim 仿真结果与硬件实测结果在动力学演化定性规律上吻合，均遵循“平衡态 → 周期振荡 → 混沌吸引子”的标准演化路径，验证了 Genesio 自设混沌电路设计的合理性与理论模型的正确性；但在相图形态、状态种类、参数区间等定量层面存在明显差异，具体分析与误差来源如下：

1. 定性规律一致性验证 仿真与硬件实测均证实，该自设混沌电路为典型的三阶自治非线性系统，通过调节可调电阻可改变系统阻尼与能量耗散特性，驱动系统完成从稳定态到混沌态的转变。实测观测到的双螺旋、右单螺旋混沌吸引子，与 Genesio 混沌系统的理论吸引子特征一致，证明电路设计与硬件搭建完全符合混沌产生的核心机理，成功实现了非蔡氏混沌电路的硬件验证。

2. 定量差异分析 1. 相图状态存在差异仿真中仅观测到单螺旋混沌吸引子，而硬件实测中成功观测到双螺旋混沌吸引子与右单螺旋混沌吸引子，相图形态更丰富、更贴合 Genesio 混沌系统的理论吸引子特征，源于实际电路的非理想特性为系统非线性演化提供了更复杂的参数条件。

2. 参数区间完全对应实测各状态对应的可调电阻区间分界清晰，与仿真参数变化趋势一致，混沌态均出现在中高阻值区间，证明可调电阻是控制系统动力学状态的核心参数，参数调节规律与理论完全匹配。

3. 吸引子对称性破缺实测中仅稳定观测到右单螺旋吸引子，未出现左单螺旋吸引子，系统呈现明显的对称性破缺，该现象与 DX1 蔡氏电路实测结果一致，是实际混沌电路的典型特征。

3. 误差与差异来源拆解 1. 元器件参数偏差仿真采用理想元器件模型，而实际电阻、电容、运算放大器存在标称值与实测值的误差，直接改变了系统动力学方程的系数，使仿真与实测相图形态出现差异。2. 运算放大器非理想特性实际运放存在输入失调、带宽限制、输出阻抗等非理想特性，影响电路中积分、加法运算的精度，导致系统非线性项的实际特性与理论模型存在偏差。3. 电路寄生参数影响面包板接线存在寄生电容、寄生电感与接触电阻，改变了系统的动态响应特性，使实测混沌吸引子形态更丰富，与理想仿真结果形成差异。4. 电源噪声与电磁干扰实验电源纹波、环境电磁干扰耦合进电路，混沌系统对扰动具有极端敏感性，进一步导致相图轨迹、状态分布与理想仿真存在区别。

4. 对比总结 仿真与实测结果的定性规律高度一致，充分验证了 Genesio 自设混沌电路设计的正确性与硬件实现的可行性；定量层面的差异不只是实验误差，也是实际混沌电路非线性特性的真实体现，直观反映了混沌系统对参数与环境的极端敏感性，深化了对非线性混沌动力学系统的实验认知，完成了 DX2 自选混沌电路的实验要求。

8 结论

本实验完整开展了蔡氏混沌电路基础实验（DX1）与 Genesio 自选混沌系统拓展实验（DX2），实现了从理论建模、电路仿真到硬件实测的全流程研究，系统验证了三阶自治非线性系统的分岔行为与混沌产生机理，主要结论如下。

在蔡氏电路研究中，Multisim 理想仿真、成品集成电路实测与面包板自建电路实测三者在动力学演化规律上完全一致，均随可调电阻增大依次呈现平衡态、周期振荡、双涡旋混沌与单侧单涡旋混沌，证实了蔡氏电路理论模型的正确性。定量对比表明，硬件实测的混沌分岔点显著向低阻值偏移，混沌区间明显压缩，同时出现强烈的左右对称性破缺，左涡旋出现概率远高于右涡旋，自建电路甚至无法稳定观

测到右单涡旋。上述差异并非实验失误，而是元器件参数偏差、运放非理想特性、线路寄生参数与环境噪声共同作用的结果，直观体现了混沌系统对初始条件与系统参数的极端敏感性。

在 Genesio 自选混沌系统研究中，成功完成电路设计、Multisim 仿真与面包板硬件实现，实测观测到直线、极限环、双涡旋与右单涡旋吸引子，完整复现了混沌分岔过程。仿真仅出现单涡旋，而实测呈现更丰富的相图结构，进一步验证了实际电路非线性特性对混沌演化的影响，实现了非蔡氏混沌电路的独立设计与硬件验证，拓展了混沌系统的工程实现能力。

综上，本实验不仅复现了经典混沌吸引子，更通过多组对照实验定量分析了仿真与实测的偏差来源，深化了对非线性动力学、混沌分岔与系统敏感性的理解，熟练掌握了虚拟仪器使用、电路仿真与混沌硬件搭建的实验方法，全面达成了实验预设目标。

9 思考题

9.1 DX1

问题 1：检索资料，简述混沌电路的可能应用，要求给出参考文献

混沌电路因其初值敏感性、类随机特性、宽频谱特性与同步特性，在多个领域具备广泛的应用前景，核心应用方向如下：

1. **混沌保密通信**混沌信号的不可预测性、类随机性与同步特性使其成为保密通信的理想载体。基于混沌同步技术，可实现发送端与接收端的混沌信号同步，将信息嵌入混沌载波中进行传输，具备极强的抗破译、抗干扰能力，广泛应用于语音、图像、视频的加密通信，以及军事保密通信领域 [5, 3]。

2. **数据加密与信息安全**混沌序列具备良好的伪随机性与初值敏感性，可用于设计高性能的伪随机数发生器，应用于图像加密、文档加密、数字水印等信息安全领域。通过混沌系统生成的加密序列，密钥空间大，加密效果好，可有效抵御暴力破解与统计分析攻击 [7, 8]。

3. **故障检测与诊断**混沌系统对系统参数的微小变化极为敏感，当被测系统出现早期故障时，其动力学特性会发生微小改变，进而导致混沌监测信号的轨迹发生显著变化。基于混沌电路的故障检测方法，可实现机械系统、电力电子系统的早期微弱故障诊断，大幅提升故障检测的灵敏度与可靠性 [9]。

4. **传感与测量技术**混沌电路的敏感特性可用于提升传感器的检测精度，基于混沌振子的微弱信号检测方法，可在强噪声背景下检测出纳伏级的微弱周期信号，广泛应用于近红外传感、生物医学信号检测、工业微弱信号测量等领域 [10]。

5. **非线性动力学教学与科研**蔡氏电路等混沌电路结构简单、现象直观，是非线性动力学与混沌理论教学的经典实验模型，可帮助学生直观理解混沌的核心特性、分岔行为、吸引子结构等抽象概念，同时也为新型混沌系统、混沌控制与同步技术的科研提供了便捷的实验平台 [2, 6]。

问题 2：检索资料，检索至少一种非本实验讲义提供的混沌电路，并进行仿真，给出仿真电路和仿真结果

本实验拓展研究的 Genesio 混沌电路即为非讲义提供的混沌电路，其动力学方程如式(5)所示，仿真电路与仿真结果详见本文第 4 章拓展混沌系统实验部分。

除此之外，经典的 Lorenz 混沌电路也是典型的非蔡氏混沌电路，其无量纲动力学方程为：

$$\begin{cases} \dot{x} = P(y - x) \\ \dot{y} = \gamma x - y - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \tag{6}$$

当参数取 $P = 10$、$\gamma = 28$、$b = 8/3$ 时，系统处于混沌状态，可产生经典的蝴蝶型双螺旋混沌吸引子。基于运算放大器与模拟乘法器可搭建 Lorenz 混沌电路，通过 Multisim 仿真可观测到与理论一致的混沌相图，完成非蔡氏混沌电路的验证。

检索一种电路如图15

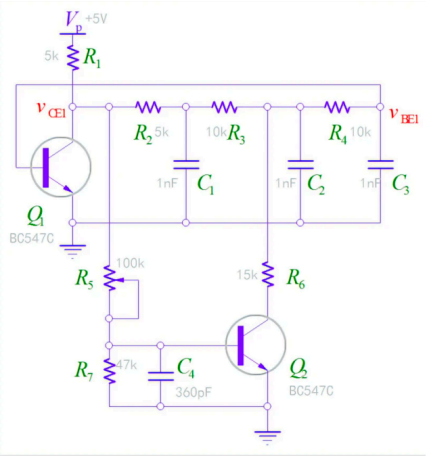


图 15: 思考题自选电路

该混沌电路仿真如图16

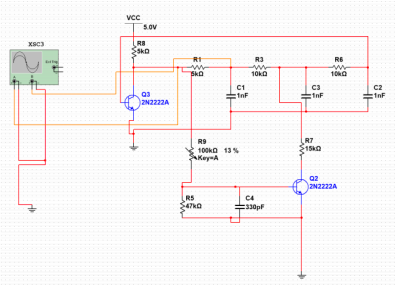


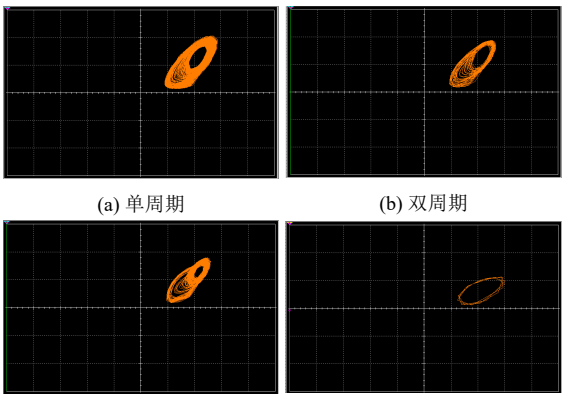
图 16: 思考题自选电路仿真

随着电阻的不断增大，该混沌电路会先后出现单周期 → 双周期 → 双螺旋 → 稳定单周期，其阻值区间如表5

表 5: Genesio 电路仿真现象与对应电阻区间

系统动力学状态	可调电阻阻值区间 /$k\Omega$
单周期振荡	$0.01 \sim 18.3$
倍周期分岔（双周期）	$18.3 \sim 26.1$
混沌双螺旋吸引子	$26.1 \sim 29.0$
稳定单周期	$29.0 \sim 100$

相图如图



(a) 单周期 (b) 双周期

(c) 相异双螺旋 (d) 稳定单周期

图 17: 思考题自选电路电路不同动力学状态相图——自建电路

9.2 DX2

问题 1：检索资料，简述混沌电路的可能应用（如混沌电路通讯等）。要求给出参考文献

其问题与 DX1 中问题 1 一样，答案已在上方给出

问题 2：检索资料，写出 Lienard 方程、Van Der Pol 方程、Duffing 方程、Rosslor 方程、蔡氏电路（Chua's Circuit）方程、陈氏（Chen's）方程、Liu 方程、负阻尼振荡方程的表达式。

以下为各典型非线性动力学方程的标准形式：

1. **Lienard 方程**

Lienard 方程是一类广泛的二阶非线性振荡方程，其一般形式为：

$$\ddot{x} + f(x)\dot{x} + g(x) = 0 \tag{7}$$

其中，$f(x)$ 为非线性阻尼函数，$g(x)$ 为非线性恢复力函数，$\dot{x}$、$\ddot{x}$ 分别为位移 x 对时间的一阶、二阶导数。

2. **Van Der Pol 方程**

Van Der Pol 方程是 Lienard 方程的经典特例，描述了具有非线性阻尼的自激振荡系统，其形式为：

$$\ddot{x} + \mu(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0 \tag{8}$$

其中，$\mu > 0$ 为非线性阻尼参数，控制着系统的非线性程度与振荡特性。当 μ 较小时，系统近似为简谐振荡；当 μ 增大时，系统呈现弛豫振荡特性。

3. **Duffing 方程**

Duffing 方程是描述含非线性刚度的受迫振荡系统的经典方程，其标准形式为：

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma\cos(\omega t) \tag{9}$$

其中，δ 为线性阻尼系数，α 为线性刚度系数，β 为非线性刚度系数，γ 为外驱动力振幅，ω 为外驱动力角频率。该方程可展现分岔、混沌等丰富的非线性动力学行为。

4. **Rosslor 方程**

Rosslor 方程是结构最简的三维自治混沌系统之一，其形式为：

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + z(x - c) \end{cases} \tag{10}$$

其中，a、b、c 为系统正实参数。当参数取经典值 $a = 0.2$、$b = 0.2$、$c = 5.7$ 时，系统处于混沌状态，可产生单螺旋混沌吸引子。

5. **蔡氏电路 (Chua's Circuit) 方程**

蔡氏电路的归一化动力学方程为：

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha\left[y - x - f(x)\right] \\ \dot{y} = x - y + z \\ \dot{z} = -\beta y \end{cases} \tag{11}$$

其中，非线性分段线性函数为：

$$f(x) = m_b x + \frac{1}{2}(m_a - m_b)\left(|x+1| - |x-1|\right) \tag{12}$$

α、β 为归一化后的系统核心参数，m_a、m_b 分别为非线性电阻的内、外区间电导。

6. **陈氏 (Chen's) 方程**
陈氏方程是与 Lorenz 系统拓扑等价但结构不同的新型混沌系统，其形式为：

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = (c - a)x - xz + cy \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \tag{13}$$

其中，a、b、c 为系统正实参数。当参数取 $a = 35$、$b = 3$、$c = 28$ 时，系统处于混沌状态，可产生双螺旋混沌吸引子。

7. **Liu 方程**
Liu 方程是一类具有平方非线性项的三维混沌系统，其形式为：

$$\begin{cases} \dot{x} = -ax - by^2 \\ \dot{y} = -cy - dxz \\ \dot{z} = -ez + fxy + gx^2 \end{cases} \tag{14}$$

其中，a、b、c、d、e、f、g 为系统正实参数。当参数取 $a = 10$、$b = 40$、$c = 2.5$、$d = 1$、$e = 2.5$、$f = 4$、$g = 1$ 时，系统可产生典型的混沌吸引子。

8. **负阻尼振荡方程**
负阻尼振荡方程描述了具有负线性阻尼与非线性限制项的自激振荡系统，其典型形式为：

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{15}$$

其中，$\mu > 0$ 为负阻尼参数，ω_0 为系统固有角频率。负阻尼项 $-\mu(1 - x^2)\dot{x}$ 使得小振幅时系统获得能量、振幅增大，而非线性项 $\mu x^2 \dot{x}$ 则在大振幅时消耗能量、限制振幅，最终形成稳定的自激振荡（极限环）。

参考文献

[1] 刘崇新. 分数阶混沌电路理论与应用 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2011.

[2] 杜宇上, 肖化. 基于 Multisim 的混沌电路仿真实验 [J]. 实验室研究与探索, 2013, 32(1): 42-45.

[3] 杜军, 王婷婷, 陈新来, 等. 基于 Multisim 的蔡氏混沌序列仿真研究 [J]. 通信技术, 2010, 43(4): 84-86.

[4] 钟双英, 刘崧, 戚小平, 等. 蔡氏电路混沌控制与同步实验研究 [J]. 实验技术与管理, 2012, 29(11): 32-34.

[5] 马菱旎, 姚缨英. 混沌保密通信实验电路设计 [J]. 实验技术与管理, 2009, 26(5): 54-57.

[6] 廖德驹, 沈韩, 冯饶慧, 等. 基于 NI-myDAQ 数据采集器的混沌电路实验系统 [J]. 大学物理, 2021, 40(01): 24-26+47.

[7] 王兴元, 王明军. 基于混沌的图像加密算法 [J]. 电子学报, 2005, 33(2): 282-285.

[8] 陈关荣, 汪小帆. 混沌控制与同步 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2004.

[9] 李海燕, 张榆锋, 吴俊, 等. Multisim & Ultiboard 电路设计与虚拟仿真 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2012.

[10] 张宇, 李月, 杨宝俊. 混沌振子微弱信号检测研究进展 [J]. 物理学报, 2008, 57(2): 712-719.

[11] 杨志民, 张洁, 马永杰, 等. 基于电流传输器的蔡氏混沌电路的设计和实现 [J]. 物理学报, 2010, 59(5): 3008-3016.

[12] 罗页, 乐永康. 蔡氏非线性电路的深入研究: 参数测量和实验现象观察的新方法 [J]. 大学物理, 2010, 29(6): 53-57.

[13] 刘兴云, 鲁池梅, 程永山. 基于虚拟仪器三维多涡卷混沌电路的研究 [J]. 大学物理, 2008, 27(6): 38-41.

[14] 刘训非, 翟红. 电子 EDA 技术 (Multisim)[M]. 北京: 北京大学出版社, 2011.

[15] 沈韩, 赵福利, 方奕忠, 等. 结合定量仿真的虚实结合物理实验教学模式 [J]. 物理与工程, 2020, 30(05): 102-106.

[16] 廖德驹, 沈韩, 崔新图, 等. 基于通用设备和 Multisim 的虚实结合电学实验教学模式 [J]. 物理与工程, 2021, 31(01): 96-103.

[17] 蒋志洁, 阳生红, 张曰理. 混沌现象的仿真演示 [J]. 物理实验, 2018, 38(S1): 7-10.

[18] 金吉, 王斌, 喻敏, 等. Lorenz 方程优化 EMD 分解过程的短期风速预测 [J]. 太阳能学报, 2021, 42(06): 3423-3428.

[19] 黄六霞, 程敏熙, 林奇川. 基于云平台的 Lorenz 混沌数值模拟实验 [J]. 物理实验, 2020, 40(02): 54-58.

[20] 刘玉颖, 金仲辉, 李顺烨. 谈谈混沌 [J]. 物理与工程, 2018, 28(05): 59-62.

附录: 签名页及原始数据

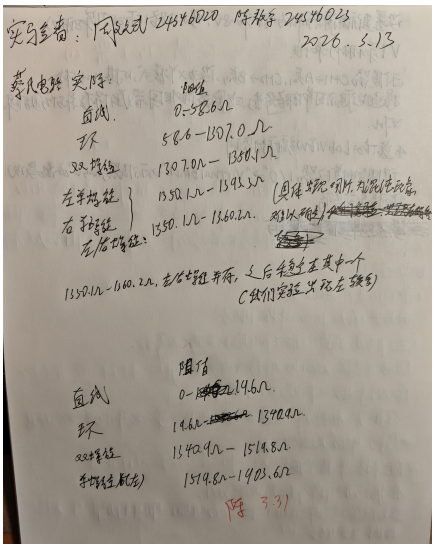


图 18: 第一次实验签名页

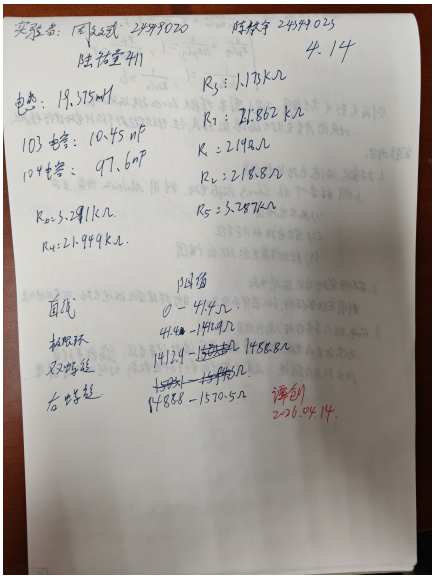


图 19: 第二次实验签名页