热学设计实验

实验报告

实验者： 周文斌 学号：
陈敖宇 学号：

中山大学物理学院

2026 年

目录

RX1 热传导过程的 COMSOL 模拟 **3**

1 实验目的 **3**

2 仪器用具 **3**

3 实验原理 **3**

4 实验内容与步骤 **4**
4.1 利用 COMSOL 建立不良热导体热传导率测量实验的样品升温模型 4
4.2 四样品的模拟 5
4.3 四样品且无修正因子 A 的模拟（一） 5
4.4 四样品且无修正因子 A 的模拟（二） 5
4.5 实验中修正因子 A 的确定 6

5 实验数据分析 **6**
5.1 不良热导体样品升温模型 6
5.2 四样品模拟 7
5.3 四样品无修正因子 (一) 7
5.4 四样品无修正因子 (二) 8
5.5 修正因子确定 8

6 思考题 **9**

7 结论 **9**

RX2 基于 LabVIEW 的 PID 控温设计实验 **14**

8 实验目的 **14**

9 实验原理 **14**
9.1 自动控制系统概述 14
9.2 PID 控制原理 14
9.3 电阻温度的 PID 控制模型 15

10 实验装置 **15**

11 注意事项 **15**

12 实验内容及步骤 **15**
12.1 数字程控电源 DP832A 的 LabVIEW 控制 15
12.1.1安装 LabVIEW 驱动程序 15
12.1.2连接仪器 15
12.1.3编程控制仪器（输出控制） 15
12.2 用 LabVIEW 控制可编程直流电源 16

12.3 PID 控制参数整定 16

13 数据记录与处理 **16**

13.1 输出控制测验 16

13.2 控制可编程直流电源 17

13.3 PID 控制参数 17

13.4 误差分析 18

14 结论 **19**

RX1 热传导过程的 COMSOL 模拟

实验者: 周文斌 (　　)　陈敖宇 (　　)
中山大学物理学院，陆祐堂

摘　要: 本文基于有限元分析软件 COMSOL Multiphysics 对不良热导体（有机玻璃）的热传导过程进行数值模拟，旨在复现“不良导体热传导率测量”实验的加热过程，并通过对比模拟与实验结果，研究影响热传导的主要宏观参数。首先根据一维无限大平板模型建立热传导方程，推导出准稳态下的温差和升温速率表达式。随后在 COMSOL 中构建双平板及四平板加热模型，设置材料参数、边界条件及热通量，计算不同时刻样品中心面与加热面的温度，获得温差与升温速率随时间的变化曲线。将模拟结果（t=480s 时的插值）与实验测量值对比显示：温差相对误差为 14.68%，升温速率相对误差达 34.26%，表明初始模型存在偏差。通过引入修正因子 A 对加热功率进行校正，当 A=0.73 时模拟值与实验值吻合最佳，温差误差降至 1.41%，升温速率误差降至 15.58%。研究表明，COMSOL 能够有效模拟热传导过程，修正因子可补偿热损失和接触热阻的影响，但升温速率的模拟精度仍受材料参数和边界条件简化的制约。本文工作为深入理解热传导机制及优化实验方案提供了参考。

关键词：COMSOL 模拟；热传导；有限元分析；温差；升温速率；修正因子

有限元分析（Finite Element Analysis）是一种将复杂的连续物理场离散为有限单元，并在每个单元内采用简单函数近似表达和求解的数值计算方法，在结构力学、热传导、流体力学、电磁场、多物理场耦合等领域广泛应用。ANSYS、Abaqus、COMSOL Multiphysics 等商用软件和 FEniCS、CalculiX、OpenFOAM 等开源软件都是集成化的有限元分析软件。

本实验将采用 COMSOL Multiphysics，该软件名如其意，能够较好地处理多物理场耦合的问题，由瑞典的 COMSOL 公司设计，创始人为 Svante Littmarck 和 Farhad Saeidi。COMSOL Multiphysics 最早为 MATLAB 的一个偏微分工具箱，称为 Toolbox1.0，后改名为 Femlab1.0。从 2005 年的 Femlab3.2 版本开始，正式命名为 COMSOL Multiphysics。经过多年发展，该软件已在企业的产品研发、科学研究等领域得到广泛应用，针对不同的专业领域开发了多种专用的求解模块，如传热模块（Heat Transfer Module）、射频模块（RF Module）、结构力学模块（Structural Mechanics Module）、声学模块（Acoustics Module）等等。本实验拟采用其中的固体传热模块来模拟不良热导体热传导率测量实验中的热传导过程。

1 实验目的

(1) 了解采用 COMSOL 进行有限元分析的方法；

(2) 利用 COMSOL 模拟不良热导体的热传导过程；

(3) 通过评估模拟结果与实验结果的异同，研究影响热传导的宏观参数。

2 仪器用具

实验测控用计算机（安装了 COMSOL 和 LabVIEW 软件）。

3 实验原理

本实验将利用 COMSOL 软件模拟不良热导体实验的加热过程，以得到温差和中心面温度随时间变化的关系。这里先将不良热导体热传导过程的动力学模型重复介绍如下：

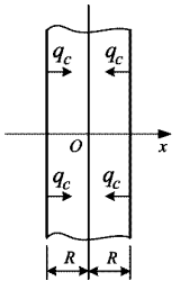


图 1: 理想无限大不良导体平板

考虑如图 1 所示的一维无限大导热模型，一无限大不良热导体平板厚度为 $2R$，初始温度为 t_0，在平板两侧同时施加均匀的指向中心面的热流密度 q_c，则平板上各处的温度将随加热时间 τ 而变化，故 x 处的温度可表示为 $t(x,\tau)$。如图 1 所示，以样品中心为坐标原点，则上述模型的热运动方程可写为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial t(x,\tau)}{\partial \tau} = a\dfrac{\partial^2 t(x,\tau)}{\partial x^2} \\ \dfrac{\partial t(R,\tau)}{\partial x} = \dfrac{q_c}{\lambda}, \quad \dfrac{\partial t(0,\tau)}{\partial x} = 0 \\ t(x,0) = t_0 \end{cases} \tag{1}$$

其中 $a = \lambda/\rho c$，$q_c = c\rho R\dfrac{\partial t}{\partial \tau}$，$\lambda$ 为材料的导热系数，ρ 为

材料的密度，c 为材料的比热。方程 (1) 的解为

$$t(x,\tau)=t_0+\frac{q_c}{\lambda}\left[\frac{a}{R}\tau+\frac{1}{2R}x^2-\frac{R}{6}+\frac{2R}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}\cos\frac{n\pi}{R}x\times\exp\left(-\frac{an^2\pi^2}{R^2}\tau\right)\right] \tag{2}$$

可见，随着加热时间的增加，样品各处的温度将发生变化。式 (2) 右边的级数求和项中存在指数衰减因子，定量分析表明，当加热时间 τ 满足 $a\tau/R^2>0.5$ 时，该求和项可以忽略，则式 (2) 简化为

$$t(x,\tau)=t_0+\frac{q_c}{\lambda}\left[\frac{a}{R}\tau+\frac{1}{2R}x^2-\frac{R}{6}\right] \tag{3}$$

则如图 1 所示可知，被测样品中心（$x=0$）和表面（$x=R$）处的温度分别为

$$\begin{cases}x=0, & t(0,\tau)=t_0+\dfrac{q_c}{\lambda}\left[\dfrac{a}{R}\tau-\dfrac{R}{6}\right]\\ x=R, & t(R,\tau)=t_0+\dfrac{q_c}{\lambda}\left[\dfrac{a}{R}\tau+\dfrac{R}{3}\right]\end{cases} \tag{4}$$

两处的温度随加热时间 τ 线性上升，升温速率为 $aq_c/\lambda R$，这是一个跟材料导热性能和实验条件有关的参数。而加热面和中心面之间的温度差为

$$\Delta t=t(R,\tau)-t(0,\tau)=\frac{q_cR}{2\lambda} \tag{5}$$

可见，该状态下被测样品各处匀速升温，而 Δt 与加热时间 τ 无关并保持恒定，这种状态称为准稳态。则样品的热传导率为

$$\lambda=\frac{q_cR}{2\Delta t} \tag{6}$$

样品的比热为

$$c=\frac{q_c}{\rho R\cdot dt/d\tau} \tag{7}$$

其中 $dt/d\tau$ 为样品的升温速率，准稳态下样品各处的升温速率相等。只要测出准稳态下样品表面和中心处的温度差 Δt 及样品的升温速率 $dt/d\tau$，就可以计算出被测样品的热传导率 λ 和比热 c。

实际实验过程中，为了测量样品中心的温度，需要采用两块厚度为 R 的样品，将热电偶的探头紧密夹持在中间。在不考虑两个面之间热接触问题的情况下，上述分析的方法仍然适用。

4 实验内容与步骤

4.1 利用 COMSOL 建立不良热导体热传导率测量实验的样品升温模型

有限元分析一般包括前处理（几何建模、定义材料、网格划分、设置边界条件、设置分析类型）、求解（方程建立与计算）和后处理（物理量计算、可视化、输出数据、输出报告）等几个步骤，这部分实验以双平板样品为分析对象，详细介绍这一过程。操作步骤如下：

1. 运行 COMSOL Multiphysics 软件，采用“模型向导”构建平板样品的加热模型。

2. 在“选择空间维度”界面中选“三维”。

3. 选择物理场。在“选择物理场”界面选择“传热 > 固体传热（ht）”，单击“添加”将物理场加入“添加的物理场接口”窗口中，最后单击“研究”。

4. 选择研究内容。在“选择研究”窗口中选择“预设研究 > 瞬态”，单击窗口左下角的“完成”，进入 COMSOL 主屏幕。

5. 设置全局参数。在屏幕左侧的“模型开发器”中，右击“全局定义”，在弹出列表中选择“参数”，进入全局参数设置界面。添加“Volt”、“Rr”、“AA”、“Qc”、“SS”、“qin”等六个全局参数，并根据实验情况添加“表达式”、“值”以及简单的描述，表达式栏中括号内的符号为参数的单位。Volt 为加热电压，Rr 为加热膜电阻值，AA 为修正因子，Qc 为加热膜发热功率，SS 为样品横截面积，qin 为单侧热流密度，模拟过程中需根据实验需要进行调整。

6. 构建几何体。在“模型开发器”中右击“几何 1”，选择“长方体”，进入几何（长方体）参数设置界面。根据样品的几何尺寸设置相关参数（宽度为 10[mm]、深度 90[mm]、高度为 90[mm]），将坐标原点定义在左下角（位置为 $x=0$、$y=0$、$z=0$）。系统默认采用国际单位，可用数值居中括号内的单位符号强制修改，如本例中的“[mm]”。单击“构建选定对象”，得到“图形”窗口的结果。再次右击“几何 1”，选“长方体”，输入相应参数（宽度 10[mm]，深度 90[mm]，高度 90[mm]，位置为 $x=10$、$y=0$、$z=0$），单击“构建所有对象”，得到两块样品板的结果。之后选“形成联合体”，单击“全部构建”，完成几何体的构建流程。若构建成功，可在界面右下角的“消息”窗口中看到“2 个实体对象”形成的联合体。定型几何体包含“2 个域”、“11 个边界”、“20 条边”及“12 个顶点”的信息。

7. 选择材料。因为有机玻璃（或橡胶）没有包含在默认材料中，故需在模型开发器中右击“材料”，选“空材料”。选中后，填入相应样品参数（如热传导系数、密度、恒压热容等参数，参考“不良导体热传导率的测量”实验中测得的数据填写，如热传导系数 $\lambda = 0.168\mathrm{W/(m\cdot K)}$，密度 $\rho = 1196\mathrm{kg/m^3}$，恒压热容 $C_p = 1333\mathrm{J/(kg\cdot K)}$）。可以在“标签”栏重新命名该材料为“有机玻璃”，再右击“有机玻璃”，选“添加到”用户定义库”，即可保存该材料供以后调用。

8. 设置“固体传热”模型相关参数。

   (1). 设置“固体传热”模型基本参数。单击“固体传热”，进入固体传热设置界面，可检查和设置“方程”、“物理模型”、“环境设置”等参数。

   (2). 添加热通量。右击“固体传热”，在弹出列表中选择“热通量”，进入热通量设置界面，设置环境温度（如 293.15K），其它可默认。单击“热通量 1”，边界选“手动”，分别单击选定两块板联合体的前后面，点选“广义向内热通量”，在 q_0 处输入前面定义的全局变量（单侧热流密度）“qin”，点击图形窗口中联合体表面的任意位置，“边界选择”窗口中增加数字“1”和“11”，说明前后两个边界面被选中，颜色变为蓝色。

   (3). 添加绝热面边条件。右击“固体传热”，在弹出列表中选择“热绝缘”，进入热绝缘设置界面。边界选择中选“手动”，点击图形窗口中两个长方体组成的联合体，选定周围四个边界面，“边界选择”窗口中增加数字“4”、“5”、“9”，说明周围各边界面被选中，颜色变为蓝色。

9. 设置域点探针分别探测中心面和加热面的温度。在最左边的模型开发器中右击“定义”，选“探针 ⇒ 域点探针” 。分别设置“中心面域点探针 1”的坐标（10,4.5,4.5）mm 和“加热面域点探针 2”的坐标（20,4.5,4.5）mm。其中探针的名称可在中间的“标签”中输入或改动。

10. 设置网格。单击“模型开发器”中的“网格”，进入网格设置界面，按图所示设置相关参数，如单元尺寸选择“细化”，再点击设置栏中的“全部构建”工具，则几何体上会画出网格。

11. 设置研究内容。单击模型开发器中的“研究”，进入研究内容设置界面。由于本实验中，在一开始就选择了“瞬态”研究，这里可以看到“瞬态”研究的内容，按设置参数，时间 range(1,30,600) 表示求解时间从 0 至 600s，每隔 30s 保存结果。至此，求解器的相关参数全部设置完毕。单击工具栏中的“= 计算”按钮进行计算。

12. 查看求解结果。单击模型开发器中的“结果”，单击其中的项目，如“温度（ht）”、“探针图组 3”等，就可以查看图形化显示的计算结果，或曲线图等。选择“时间”，单击“绘制”可以绘制不同时间对应的结果。右下角分别为中心面和加热面的温度随时间的变化数据，可以将该数据或表格导出，如选“导出探针表 1”，可导出其 txt 数据。

13. 设置需要的参数，将模拟结果中的时间后（如 10 分钟）中心面与加热面之间的温度差及中心面温度随时间的变化率算出来，并与上学期所做的实验结果进行对比，评价模拟结果与实验结果的异同。

4.2 四样品的模拟

可以仿照前面的步骤，做出与实际的“不良导体热传导率的测量”实验比较相符的 COMSOL 模拟结果，即做出四个样品（四个有机玻璃板或四个橡胶板），再加上两个加热面膜（加热面膜厚度为 $l = 0.123\mathrm{mm}$），共六个长方体的仿真模型进行模拟。同样选前后两个板面及六个板的四周侧面均绝热，两个加热面膜都以修正后的功率 Q_p 加热，全局参数需要相应设置；加热膜（其中通电加热片为铝箔）参数需输入；网格化时可在“序列类型”下通过选“用户控制网格”选两加热膜细化，其它四个板常规；运行后可得到结果。

4.3 四样品且无修正因子 A 的模拟（一）

可以仿照前面的步骤，做出与实际的“不良导体热传导率的测量”实验更加相符的 COMSOL 模拟，即加热功率不用修正因子（取 $A = 1$），通过在六块板（含两块加热膜）四周加上相应阻热层（注意不是热绝缘），阻热层与外面空气有热交换（满足第三类边条件，例如热交换系数取 h 可取 $150\mathrm{W/(m^2\cdot K)}$，可适当调整），而六块板前后仅接触样品的部分板面绝热，阻热层为 PP 板，材料参数可以根据实际调整。PP 板的底部高为 45mm，左右边宽均为 63mm，顶部高为 40mm，模型中四周 PP 板的总厚度均为 40.246mm 左右。注意加热膜主要材料为聚酰亚胺薄膜，体积约占整个加热膜的六分之五；通电加热片厚度为 0.03mm，体积约占整个加热膜的六分之一，镶嵌在聚酰亚胺薄膜正中间薄层。加热膜（含通电加热片）总厚度为 0.123mm。四块板和加热膜（通电加热片可选铝箔或铜箔，嵌铝箔的加热膜参数前面已给出，注意铜箔比热约等于聚酰亚胺比热的三分之一；嵌铜箔的加热膜导热系数 $\lambda = 67.09\mathrm{W/(m\cdot K)}$，密度 $\rho = 1681.1\mathrm{kg/m^3}$，恒压比热容 $c = 1090\mathrm{J/(kg\cdot K)}$）其它参数不变时，运行 COMSOL 模拟，比较运行结果与实际实验结果的差别。

4.4 四样品且无修正因子 A 的模拟（二）

继续仿照前面的步骤，做出“不良导体热传导率的测量”实验结果严格相符的 COMSOL 模拟。加热功率不用修正因子（即取 $AA = 1$），通过在六块板（含两块加热膜）四周加上相应阻热层实际材料（注意不热绝缘），阻热层（PP

板）尺寸同上，导热系数 $\lambda = 0.90\mathrm{W/(m\cdot K)}$，恒压比热容 $c = 1900\mathrm{J/(kg\cdot K)}$，密度 $\rho = 920\mathrm{kg/m^3}$，阻热层与外面空气有热交换（满足第三类边条件）；六块板前后两板面加上厚泡沫板作为隔热层但不完全绝热，泡沫板的导热系数 $\lambda = 0.046\mathrm{W/(m\cdot K)}$，恒压比热容 $c = 4200\mathrm{J/(kg\cdot K)}$，密度 $\rho = 400\mathrm{kg/m^3}$，泡沫板截面是边长为 122mm 的正方形，有机玻璃板（或橡胶板）被压在泡沫板截面正中央，厚泡沫板的厚度为 47mm，左右两块对称，厚泡沫板四周及外边固定泡沫用的木板框厚度为 5mm，在此模型中基本可以忽略不计。加热膜取嵌铜箔的面膜，参数见前面的实验内容。周围阻热层及泡沫板外表面均以热交换系数 $h = 150\mathrm{W/(m^2\cdot K)}$ 与周围空气交换热量，且满足第三类边条件。最后算出约 10 分钟后稳定时，样板中心面与加热面的温度差 $\Delta T = 5.17\mathrm{K}$，与该实验实验值的最大相对误差仅 0.90%；中心面温度 T 随时间的变化率 $\frac{\partial T}{\partial t} = 0.0110\mathrm{K/s}$，与该实验实验值的最大相对误差仅 1.8%，可见此时仿真结果与实验结果符合的很好。

4.5 实验中修正因子 A 的确定

回到两块样品的情形，调整热流密度的修正因子 A 的取值，运行 COMSOL 模拟，确定当 A 取何值时两块样品的仿真结果才能与实验结果相符合。

5 实验数据分析

5.1 不良热导体样品升温模型

条件选取 $19V$ 有机玻璃

表 1: 实验 1：不良热导体样品升温模型

时间 (s)	中心温度 (K)	加热面温度 (K)
1.00	293.150	293.150
1.57	293.153	293.255
2.14	293.155	293.352
3.28	293.158	293.528
5.56	293.159	293.817
10.12	293.154	294.238
19.24	293.149	294.786
37.48	293.163	295.351
73.96	293.246	296.207
130.96	293.539	297.230
187.96	293.957	298.089
244.96	294.459	298.855
301.96	295.008	299.572
358.96	295.591	300.255
415.96	296.194	300.917
472.96	296.810	301.567
529.96	297.434	302.209
586.96	298.062	302.846

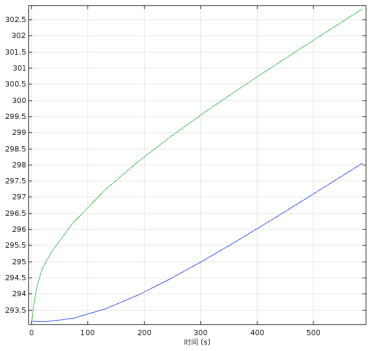


图 2: 不良热导体样品升温模型

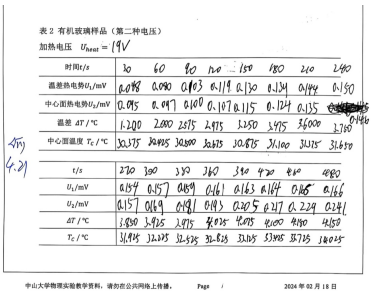


图 3: 实验数据

实验数据如上：

取实验中 $480s$ 计算，此时温差 $\Delta T = 4.150$，中心面随时间变化率为

$$\frac{T_c - T_{c0}}{t} = \frac{34.025 - 30.375}{480 - 30} = 0.008111$$

根据仿真结果画出温差与中心点升温率随时变化图线如下:

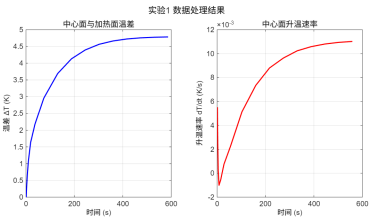


图 4: 温差与中心点升温率随时变化图像

通过 MATLAB 计算后得到，当 $t = 480s$ 时，

$$\Delta T = 4.7591K \quad \frac{dT}{dt} = 0.010889K/s$$

将 COMSOL 模拟得到的结果（取准稳态阶段 $t = 480\,\mathrm{s}$ 处的插值）与不良导体热传导率测量实验的实验值进行对比，计算相对误差如下：

表 2: 实验值与模拟值对比及相对误差

物理量	实验值	模拟值	相对误差
温差 ΔT (K)	4.150	4.7591	14.68%
升温速率 $\mathrm{d}T/\mathrm{d}t$ (K/S)	0.008111	0.010889	34.26%

相对误差计算公式为：

$$\text{相对误差} = \frac{|\text{模拟值} - \text{实验值}|}{\text{实验值}} \times 100\%$$

从表中可见，升温速率的相对误差较大（约 34%），可能原因包括：

(1). 实验数据与模拟数据选取的时间段不完全一致：实验值可能取自较早的非稳定阶段，而模拟值取自准稳态阶段（$t = 480\,\mathrm{s}$ 附近）；

(2). 模拟中采用的材料参数（导热系数、比热容、密度）与真实样品存在偏差；

(3). 实际实验存在热损失、接触热阻等因素，而简化模型可能未完全考虑。

5.2 四样品模拟

表 3: 实验 2：四样品模拟

时间 (s)	中心温度 (K)	加热面温度 (K)
1.00	293.150	293.151
1.57	293.150	293.318
2.14	293.150	293.436
3.28	293.150	293.645
5.56	293.150	293.876
10.12	293.150	294.186
19.24	293.152	294.614
37.48	293.163	295.221
73.96	293.247	296.093
130.96	293.534	297.127
187.96	293.944	297.996
244.96	294.437	298.769
301.96	294.976	299.489
358.96	295.551	300.170
415.96	296.147	300.825
472.96	296.756	301.463
529.96	297.373	302.094
586.96	297.995	302.726

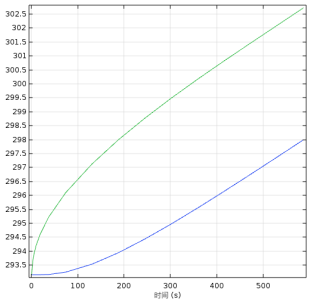


图 5: 四样品模拟

5.3 四样品无修正因子 (一)

表 4: 实验 3：四样品无修正因子 (一)

时间 (s)	中心温度 (K)	加热面温度 (K)
1.00	293.150	293.151
1.57	293.150	293.361
2.14	293.151	293.511
3.28	293.151	293.709
5.56	293.151	293.969
10.12	293.153	294.303
19.24	293.159	294.871
37.48	293.173	295.732
73.96	293.269	296.957
130.96	293.613	298.301
187.96	294.106	299.213
244.96	294.687	299.892
301.96	295.313	300.509
358.96	295.977	301.098
415.96	296.659	301.741
472.96	297.362	302.506
529.96	298.072	303.428
586.96	298.788	304.381

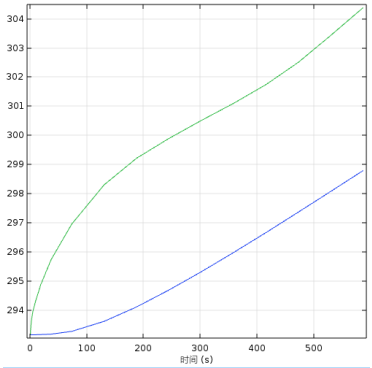


图 6: 四样品无修正因子 (一)

5.4 四样品无修正因子 (二)

表 5: 实验 4：四样品无修正因子 (二)

时间 (s)	中心温度 (K)	加热面温度 (K)
1.00	293.150	293.151
1.78	293.150	293.429
2.56	293.150	293.616
4.12	293.151	293.835
7.24	293.151	293.975
13.48	293.155	294.766
25.96	293.163	295.483
38.44	293.171	295.760
63.40	293.215	296.073
113.32	293.453	296.433
191.32	294.096	298.139
269.32	294.903	299.856
347.32	295.765	301.218
425.32	296.651	301.990
503.32	297.535	302.676
581.32	298.406	303.302
659.32	299.261	303.904
737.32	300.092	304.490
815.32	300.894	305.120

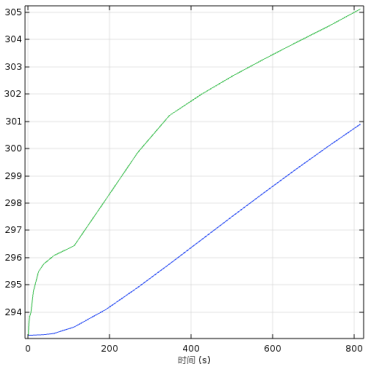


图 7: 四样品无修正因子 (二)

5.5 修正因子确定

表 6: 实验 5：修正因子确定

时间 (s)	中心温度 (K)	加热面温度 (K)
1.00	293.150	293.150
1.57	293.153	293.240
2.14	293.155	293.323
3.28	293.157	293.475
5.56	293.157	293.723
10.12	293.152	294.077
19.24	293.149	294.551
37.48	293.161	295.039
73.96	293.233	295.775
130.96	293.484	296.654
187.96	293.843	297.392
244.96	294.268	298.057
301.96	294.741	298.671
358.96	295.241	299.257
415.96	295.760	299.824
472.96	296.291	300.381
529.96	296.828	300.931
586.96	297.368	301.478

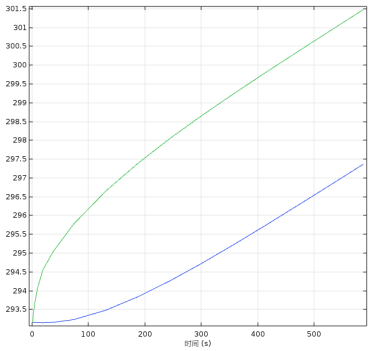


图 8: 修正因子确定

经过几次二分法对比尝试发现当 $A = 0.73$ 时修正后仿真结果与实验最吻合:

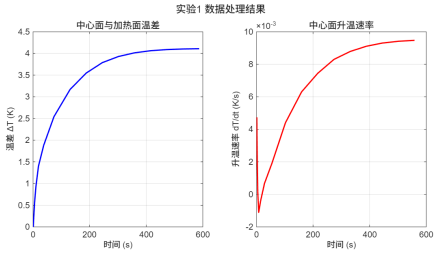


图 9: 温差与中心点升温率随时变化图像

表 7: 实验结果与拟合结果对比

参数	实验值	拟合值	相对误差 (%)
ΔT (K)	4.150	4.0916	1.41
dT/dt (K/s)	0.008111	0.009375	15.58

从表 7 可见，温差 ΔT 的实验值与拟合值吻合较好，相对误差仅为 1.41%，说明模型在描述准稳态阶段温差方面具有较高精度。然而，升温速率 dT/dt 的相对误差达到 15.58%，拟合值明显高于实验值。造成这一差异的可能原因包括：

- **材料参数的不确定性**：模拟中使用的热传导系数 λ、密度 ρ 和比热 c 可能与实际样品存在偏差，特别是比热容直接影响升温速率的计算（见式 7）。
- **边界条件简化**：模型中假设样品侧面绝热，而实际实验存在侧向热损失，导致实际升温速率低于理想绝热情况下的模拟值。
- **加热效率修正**：模拟中引入的修正因子 A 可能未能完全补偿加热膜与样品之间的接触热阻及边缘热散失，使得模拟热流偏大，从而高估升温速率。
- **准稳态判断误差**：实验中准稳态阶段的起始点判断可能不准确，选取的时间区间与模拟不完全一致，影响升温速率的计算。
- **测量系统误差**：热电偶响应时间、接触热阻以及环境温度波动等因素均可能导致实验测得的升温速率偏低。

上述分析表明，模型在预测动态特性（如升温速率）时对参数和边界条件更为敏感，需要进一步精细化建模或通过实验标定关键参数以提高模拟精度。

6 思考题

1. 什么是第一类边条件（Dirichlet 条件）、第二类边条件（Neumann 条件）和第三类边条件（Robin 条件），COMSOL 能求解哪种边条件的问题？

   答：

   第一类（Dirichlet）：给定边界上的温度值。

   第二类（Neumann）：给定边界上的热流密度（法向温度梯度）。

   第三类（Robin）：给定边界上对流换热条件，即热流密度与边界温度和环境温度之差成正比。

   COMSOL 支持所有三类边界条件，可通过“温度”、“热通量”、“对流热通量”等接口分别设置。

2. 选择四块板和两个加热膜（共六块）的情形下，为何膜的通电加热功率要乘以修正因子 A？

   答：实际加热膜产生的焦耳热并非全部垂直流入样品，部分热量向周围散失、被膜自身吸收或存在接触热阻。修正因子 A 将理论总功率折算为实际流入样品的有效热流密度，使仿真中使用的热源更接近真实情况，从而确保模拟结果（如温差、升温速率）与实验值吻合。

7 结论

本文利用 COMSOL Multiphysics 对不良热导体的热传导过程进行了数值模拟，并与实际实验数据进行了对比分析。主要结论如下：

1. 成功建立了双平板及四平板加热模型，通过求解瞬态热传导方程，获得了样品中心面与加热面的温度变化曲线，并计算了准稳态阶段的温差 ΔT 和升温速率 dT/dt。
2. 初始模拟结果（未加修正因子）与实验值存在一定偏差：温差相对误差 14.68%，升温速率相对误差 34.26%，说明理想绝热假设与实际情况不符，需考虑热损失和接触热阻的影响。
3. 通过引入修正因子 A 对加热功率进行校正，经过二分法尝试确定 $A = 0.73$ 时模拟结果与实验值最为接近：温差误差降至 1.41%，升温速率误差降至 15.58%。这表明修正因子能有效补偿侧向热散失、加热膜自身热容及接触热阻等因素，使模型更符合真实实验条件。
4. 升温速率的模拟误差仍大于温差误差，反映出动态过程对材料参数（特别是比热容）和边界条件更为敏感。模型中采用的导热系数、密度和比热容可能与实际样品存在差异，侧面绝热假设也忽略了实际存在的对流换热。
5. 对比不同复杂度模型（四样品无修正、有阻热层等）的结果，发现逐步增加实际结构（如阻热层、泡沫板）能使模拟值更逼近实验值，验证了精细建模的重要性。

综上，COMSOL 模拟能够有效再现不良热导体的热传导过程，修正因子的引入显著提高了模拟精度。未来工作可进一步通过实验测定更精确的材料参数，并考虑三维热流分布及实际边界条件，以提升模型预测能力。

参考文献

[1] Heindlhofer K. Quenching: A Mathematical Study of Various Hypotheses on Rapid Cooling[J]. Physical Review, 1922, 20: 221-242.

[2] Roznowski T. Temperature in Semi-infinite and Finite Cylinder with Moving Heating over the Lateral Surface[J]. Rozprawy Inzynierskie, 1986, 34(1-2): 15-33.

[3] Ramakrishna K, Cohen I M, Ayyaswamy P S. Temperature Response of a Heated Cylinder Subject to Side Cooling-Asymptotic and Numerical Solutions[J]. American Society of Mechanical Engineers, Heat Transfer Division, (Publication) HTD, 1988, 104: 29-37.

[4] Jilani G, Jayaraj S, Ahmad M A. Conjugate Forced Convection-conduction Heat Transfer Analysis of a Heat Generating Vertical Cylinder[J], International Journal of Heat and Mass Transfer, 2002, 45(2): 331-341.

[5] Fukuya M, Terasaki T, Hasegawa K, et al. Numerical Analysis Method of Temperature Distribution in Cylindrical Steel during Quenching Process[J]. Solid State Phenomena, 2006, 118: 355-362.

[6] Cossali G E. Periodic Heat Conduction in a Solid Homogeneous Finite Cylinder[J]. International Journal of Thermal Science, 2009, 48: 722-732.

[7] 林琼桂．高维波动方程与热传导方程非齐次边界条件的一般处理 [J]．大学物理，2016，35(5):1-4.

[8] 姚端正．一种实现边界条件与方程均齐次化的方法 [J]．大学物理，2013，32(3):53-58.

[9] 郭敦仁．数学物理方法 [M]．北京：人民教育出版社．1978：300-303，324-326.

[10] 梁昆淼．数学物理方法 [M]．2 版．北京：高等教育出版社．1996：374-378.

[11] 王刚，安琳．COMSOL Multiphysics 工程实践与理论仿真：多物理场数值分析技术 [M]．北京：电子工业出版社．2012:72-83.

附录 A: 签名页

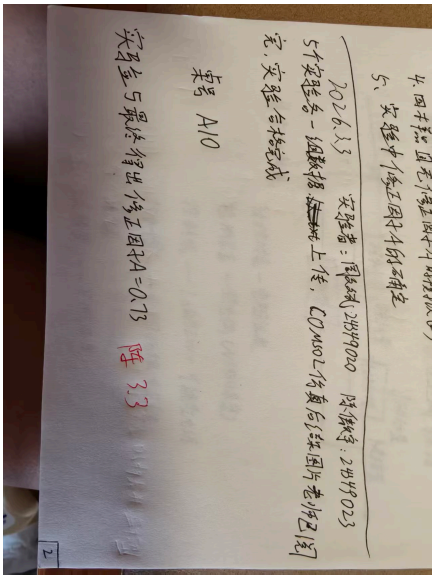


图 10: 签名页

附录 B: 源代码

Listing 1: MATLAB 源代码

```matlab
% 读取实验1数据
filename = '实验5.txt';
fid = fopen(filename, 'r');

% 跳过以%开头的注释行
data = [];
while ~feof(fid)
    line = fgetl(fid);
    if ~isempty(line) && line(1) ~= '%'
        % 将数据行按空格分割为数值
        nums = sscanf(line, '%f');
        data = [data; nums(:)']; %#ok<AGROW>
    end
end
fclose(fid);

% 提取时间、中心温度、加热面温度
time = data(:,1);
T_center = data(:,2);
T_surface = data(:,3);

% 计算温差（加热面温度 - 中心温度）
delta_T = T_surface - T_center;

% 计算中心面升温速率（中心温度对时间的导数，使用中心差分）
dt = diff(time);
dT_center = diff(T_center);
```

```
rate_center = dT_center ./ dt;  % 每个时间间隔的升温速率
% 为便于绘图，将升温速率对应到时间间隔的中点
time_rate = time(1:end-1) + dt/2;

% 创建图形
figure('Position', [100 100 800 400]);

% 子图1：温差随时间变化
subplot(1,2,1);
plot(time, delta_T, 'b-', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('时间 (s)', 'FontSize', 10);
ylabel('温差 ΔT (K)', 'FontSize', 10);
title('中心面与加热面温差', 'FontSize', 11);
grid on;

% 子图2：中心面升温速率随时间变化
subplot(1,2,2);
plot(time_rate, rate_center, 'r-', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('时间 (s)', 'FontSize', 10);
ylabel('升温速率 dT/dt (K/s)', 'FontSize', 10);
title('中心面升温速率', 'FontSize', 11);
grid on;

% 整体调整
sgtitle('实验1 数据处理结果', 'FontSize', 12);

t_target = 480;  % 要查询的时间

% 对温差插值
delta_T_480 = interp1(time, delta_T, t_target, 'linear');
fprintf('t = %.1f s 时的温差 ΔT = %.4f K\n', t_target, delta_T_480);

% 对升温速率插值（注意升温速率的时间向量是 time_rate）
rate_480 = interp1(time_rate, rate_center, t_target, 'linear');
fprintf('t = %.1f s 时的升温速率 dT/dt = %.6f K/s\n', t_target, rate_480);
```

附录 C: 原始数据

Listing 2: 实验数据一

```
% Model:
% Version:                COMSOL 5.3.0.316
% Date:                   Mar 3 2026, 15:33
% Table:                  探针表 1 -
% 时间 (s)                                温度 (K), 点: (0.01, 0.045, 0.045)温度 (K), 点: (0.02, 0.045, 0.045)
1
        293.1500076947148
        293.1502128983762
1.57
        293.1531547215948
        293.25492155497227
2.14
        293.15543084649744
        293.351844748565
3.2800000000000002      293.15818874059846
        293.5278944637245
5.5600000000000005      293.1586754940192
        293.8166930916933
10.120000000000001      293.1541199916182
        294.23845003172534
19.240000000000002      293.1490830854349
        294.78611840700864
37.480000000000004      293.16288169095355
        295.35113304929547
73.96000000000001       293.2461903275737
        296.20678996098144
130.96                  293.53870535211814
        297.23048729791077
187.96                  293.9572323547069
        298.08882103049876
244.96                  294.4590268842527
        298.8550075304496
301.96000000000004      295.00788240448907
        299.57238988758616
358.96000000000004      295.59124994663887
        300.25460998778544
415.96000000000004      296.194236355681
        300.91705838789835
472.96000000000004      296.8099717649034
        301.5668401695821
529.96                  297.4336199155668
        302.2087625496274
586.96                  298.06171734424277
        302.846225236707
```

Listing 3: 实验数据二

```
% Model:                 1.mph
% Version:               COMSOL 5.3.0.316
% Date:                  Mar 3 2026, 16:47
% Table:                 探针表 1 -
% 时间 (s)                        温度 (K), 点: (0.01, 0.045, 0.045)温度 (K), 点: (0.02, 0.045, 0.045)
1                       293.1500000198322
        293.150759253078
1.57                    293.1500007688458
        293.3182918322637
2.14                    293.15000137314433
        293.43597930733307
3.2800000000000002      293.1500039943709
        293.6451502777594
5.5600000000000005      293.15003402190297
        293.8764321407376
10.120000000000001      293.1502893581256
```

```
                294.18599697716013
19.240000000000002      293.15200073550415
            294.6141470285128
37.480000000000004      293.1633171539371
                295.2210794229018
73.96000000000001       293.2465048030272
                296.093084606926
130.96                  293.5340011030818
                297.1266526026004
187.96                  293.94397619537136
            297.99582404720843
244.96                  294.43657093283167
            298.76906905628044
301.96000000000004      294.97607213155817
            299.48930916777965
358.96000000000004      295.5510137903301
                300.16981501071604
415.96000000000004      296.1468075573042
                300.824676035874
472.96000000000004      296.75587768306207
            301.4627279563614
529.96                  297.37302795314497
            302.0936545807015
586.96                  297.99477939582664
            302.7257391917799
```

Listing 4: 实验数据三

```
% Model:              3.mph
% Version:            COMSOL 5.3.0.316
% Date:               Mar 3 2026, 17:27
% Table:              探针表 1 -
% 时间 (s)                  温度 (K), 点:
    (0.01, 0.045, 0.045)温度 (K), 点:
    (0.02, 0.045, 0.045)
1                       293.15000169793154
            293.15071535913705
1.57                    293.1503853980985
                293.36099623802625
2.14                    293.1505079601982
                293.5114383970942
3.2800000000000002      293.1505244102795
                293.70863476029933
5.5600000000000005      293.15083955862724
            293.9692963093221
10.120000000000001      293.15301620254917
            294.30265147488933
19.240000000000002      293.1586946746224
                294.87070517957693
37.480000000000004      293.1727095849292
                295.7315738795518
73.96000000000001       293.269063018127
                 296.9567956269075
130.96                  293.6132045625492
            298.3012407586109
187.96                  294.1059755447486
                299.2130520529862
244.96                  294.68703400276786
            299.89150241113805
301.96000000000004      295.31332372448145
            300.50903277928177
358.96000000000004      295.97701365393027
            301.0983922739077
415.96000000000004      296.65892789812966
            301.7412248637848
472.96000000000004      297.3622671075672
             302.50636964105325
529.96                  298.0719711562231
             303.4282196603586
586.96                  298.78768349685595
            304.38057095405145
```

Listing 5: 实验数据四

```
% Model:              3.mph
% Version:            COMSOL 5.3.0.316
% Date:               Mar 3 2026, 17:41
% Table:              探针表 1 -
% 时间 (s)                  温度 (K), 点:
    (0.01, 0.045, 0.045)温度 (K), 点:
    (0.02, 0.045, 0.045)
1                       293.1500024619955
             293.1512219110799
1.78                    293.15039440177486
            293.42948056056053
2.56                    293.1504873506263
             293.616417226253
4.12                    293.1505993825599
             293.83547898264794
7.24                    293.15143878863523
            293.9747887834853
13.48                   293.1548505933414
             294.76556656667157
25.96                   293.16301929727655
            295.4828997535319
38.44                   293.1713293593257
             295.7604616117549
63.4                    293.21477885682634
            296.0728952991982
113.32                  293.45270826449865
            296.43316778902755
191.32                  294.0959943120142
             298.13853358249014
269.32                  294.90340095161326
            299.8556102705401
347.32                  295.7654379891924
             301.21805993694534
425.32                  296.650550856794
              301.99045588744235
503.32                  297.535015620216
             302.6758299243701
581.3199999999999       298.4055626444157
            303.301898245722
659.3199999999999       299.2606376300375
            303.903601067522
737.3199999999999       300.09163751291754
            304.4903451182686
815.3199999999999       300.8940673954541
```

```
                305.11961163321143
```

Listing 6: 实验数据五

```
% Model:              1.mph
% Version:            COMSOL 5.3.0.316
% Date:               Mar 3 2026, 18:03
% Table:              探针表 1 -
% 时间 (s)                  温度 (K), 点:
    (0.01, 0.045, 0.045)温度 (K), 点:
    (0.02, 0.045, 0.045)
1                       293.1500066084023
            293.1501828421349
1.57                    293.1527093491345
            293.24010910015267
2.14                    293.15466413875686
           293.32334901935576
3.2800000000000002      293.15703268310244
           293.47454465708114
5.5600000000000005      293.1574507183931
            293.72257171404243
10.120000000000001      293.15239945752734
           294.07718490294144
19.240000000000002      293.1487605913901
            294.5506021864006
37.480000000000004      293.16105481922574
           295.0394265076219
73.96000000000001       293.2326192035356
            295.77516652288153
130.96                  293.48382726633906
           296.65441800358826
187.96                  293.84326926438433
           297.39157474711925
244.96                  294.2677221424988
            298.0567885413281
301.96000000000004      294.7406478580091
            298.670935362945
358.96000000000004      295.2414059119103
            299.25663970492275
415.96000000000004      295.76048219070077
           299.82435337607563
472.96000000000004      296.2909288681935
            300.38090560040445
529.96                  296.82771622615866
           300.9310714053275
586.96                  297.3677691755066
            301.4778907373209
```

RX2 基于 LabVIEW 的 PID 控温设计实验

实验者: 周文斌 (　　)　陈敖宇 (　　)
中山大学物理学院，陆祐堂

摘　要: 本实验基于 LabVIEW 平台和可编程直流电源，搭建了电阻温度闭环控制系统，通过编写 PID 控制程序并整定参数，实现了对电阻温度的精确控制。实验首先通过 NI MAX 确认设备连接，编写 LabVIEW 程序实现电源输出与温度采集；其次，在开环条件下测试 5 V、7 V、10 V 电压下的升降温曲线，记录室温 $T_e = 27.7°\mathrm{C}$ 及 10 V 时的最高温度 $T_{\max} = 60.7°\mathrm{C}$，估算系统热特性；然后，采用 PID 控制器，以 $T_1 = (T_{\max} + T_e)/2 = 44.2°\mathrm{C}$ 为目标温度，调节比例、积分、微分参数，最终确定最佳参数组合为 $K_c = 12$、$T_i = 0.1$、$T_d = 0.0$，此时温度曲线响应快、超调小、稳态波动小。进一步，针对教师提供的四个设定温度（30 °C、40 °C、60 °C、50 °C）分别整定 PID 参数，均获得了良好的控温效果。实验结果表明，基于 LabVIEW 的 PID 控制系统能够有效实现电阻温度的快速、稳定控制，加深了对自动控制原理及 PID 参数整定方法的理解。

关键词：PID 控制；LabVIEW；可编程直流电源；温度控制；参数整定

本实验在 RX1 实验基础上，以电阻温度控制为目标，利用 LabVIEW 软件与可编程直流电源搭建简易控温系统，旨在帮助学生掌握自动控制的基本思想，加深对经典控制理论的理解。

8 实验目的

1. 掌握通过 LabVIEW 控制可编程直流电源的方法；
2. 构建基于 LabVIEW 的温度控制系统，领会自动控制的基本原理；
3. 应用 PID 控制、开关控制等方式实现电阻温度调控，熟悉控制参数的整定方法。

9 实验原理

9.1 自动控制系统概述

自动控制是指借助物理装置，在无人直接干预下对生产过程或设备进行调节，使被控量保持恒定或按预定规律变化。实现这一功能的系统称为自动控制系统。

典型的自动控制系统由控制器、被控对象和检测装置构成，从信号流角度可分为给定量、扰动量、控制量、被控量和反馈量。系统的基本要求是稳定性、快速性和准确性。

控制方式主要有开环和闭环两种。开环控制基于先验信息直接输出控制量，结构简单、易于稳定，但缺少反馈环节，精度有限。闭环控制则将检测到的被控量反馈，与给定量比较产生偏差，再由控制器计算控制量输出，从而自动修正偏差，抑制干扰，实现高精度控制；但在某些条件下可能产生超调、振荡甚至不稳定。

本实验中，被控对象为电阻的温度，通过通电加热产生焦耳热，并在自然对流下达到热平衡。通过调节电源输出电压（或电流）改变加热功率，使温度稳定在设定值。温度传感器（热电偶）提供反馈信号，设定目标温度为给定量，LabVIEW 平台结合可编程电源实现控制器功能。

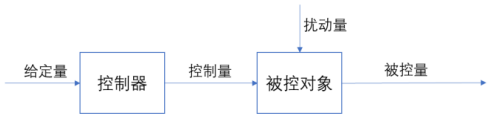


图 11: 开环控制原理图

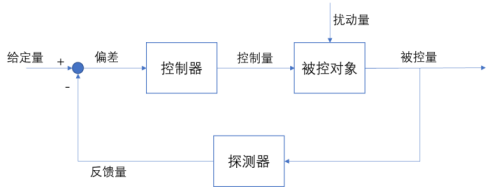


图 12: 闭环控制原理图

9.2 PID 控制原理

在闭环控制中，控制器包含控制算法和硬件实现两部分。控制算法依据给定值与反馈值的偏差计算控制量，常见的有 PID 控制、模糊控制、神经网络控制等。PID 控制因其结构简单、适应性强而应用最广，其输出为偏差的比例（P）、积分（I）与微分（D）的线性组合。

比例系数 K_p 决定对当前偏差的响应程度，影响系统的响应速度和稳态精度；K_p 过大易引起超调或振荡，纯比例控制常存在稳态误差。积分系数 K_p/T_i 体现偏差累积的作用，可消除稳态误差，但可能引发积分饱和。微分系数 K_pT_d 反映偏差变化趋势，在偏差减小时产生负向作用，抑制超调，但可能放大高频噪声。

单独使用 P、I、D 均有局限，实际多采用 PI、PD 或 PID 组合。通过调节 PID 参数可改变闭环系统的特征方程，使系统稳定并满足性能要求。由于被控对象往往复杂，难以建立

精确模型，PID 控制无需依赖对象模型，因此在工业中广泛应用。

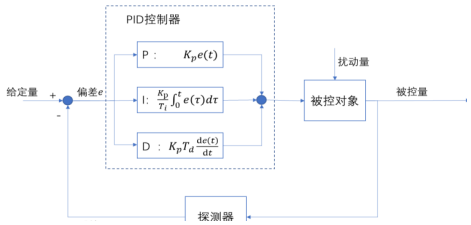


图 13: PID 控制框图

9.3 电阻温度的 PID 控制模型

系统动力学可用微分方程描述。假设电阻内部温度均匀（集总参数法），其热平衡方程为：

$$\rho V C_p \frac{dT}{dt} = Q - hA(T - T_e)$$

其中 ρ 为密度，V 为体积，C_p 为比热容，h 为对流换热系数，A 为表面积，$Q = I^2R$ 为焦耳热，T_e 为环境温度。

定义 $\theta = T - T_e$，$q = Q/(\rho V C_p)$，$\tau = \rho V C_p/(hA)$，拉普拉斯变换后得传递函数：

$$\frac{\theta(s)}{q(s)} = \frac{\tau}{1+\tau s}$$

当输入为阶跃函数 $q = 1/s$ 时，输出为：

$$\theta = \frac{\tau}{s(1+\tau s)} = \tau\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau}\right)$$

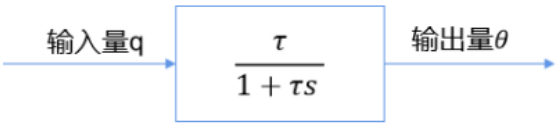


图 14: 室温恒定时电阻温度对功率的响应

若采用比例控制，令 $e = r - \theta$，$q = K_p e$，则闭环传递函数为：

$$\frac{\theta}{r} = \frac{K_p\tau}{1 + K_p\tau + \tau s} = \frac{K_p\tau/(1+K_p\tau)}{1 + \tau s/(1+K_p\tau)}$$

可见系统时间常数由 τ 减小为 $\tau/(1+K_p\tau)$，响应速度加快。

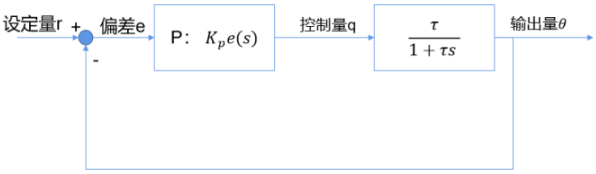


图 15: P 控制下电阻系统示意图

10 实验装置

实验用计算机（安装 NI LabVIEW 及可编程电源驱动），Rigol DP802A 可编程直流电源，NI CompactDAQ 单槽机箱与 NI9211 数据采集模块，导线，电阻等。

11 注意事项

1. 电阻加热功率不得超过 0.25 W。
2. 电阻表面温度可能超过 60°C，请勿直接用手触摸，防止烫伤。
3. 热电偶导线较脆，易折断；若折断需使用专用焊接机焊接。

12 实验内容及步骤

12.1 数字程控电源 DP832A 的 LabVIEW 控制

在 PID 控温实验中，需采用 LabVIEW 编程控制数字程控电源（Rigol DP832A 型）以调节电阻加热功率。LabVIEW 中通过 VISA 标准 I/O 函数库实现仪器控制，具体操作如下。

12.1.1 安装 LabVIEW 驱动程序

首先安装 DP832A 电源的 LabVIEW 驱动程序，确保后续编程能够识别仪器。

12.1.2 连接仪器

使用 USB 连接线将 DP832A 电源与计算机连接，开启电源。运行 NI MAX 软件，若驱动安装正确且连线正常，可在“设备和接口”中看到电源的连接信息，其中“VISA 资源名称”在编程时需使用。

12.1.3 编程控制仪器（输出控制）

在 LabVIEW 中新建 VI，在程序框图中调用 VISA 函数控制仪器。电源的输出控制步骤依次为：

1. VISA resource name：建立仪器控制句柄；

2. VISA Open：连接电源；
3. VISA Write：设置电源通道、电压、电流等参数；
4. VISA Write：让电源输出（on）；
5. VISA Write：让电源关闭输出（off）；
6. VISA Close：断开电源连接。

图16给出了一个实例，让电源 CH1 通道输出 5.123 V 电压，限制最大电流为 2 A，输出时间维持 20 ms。其中 VISA Write 节点的橙红色线为输入缓冲（buffer），用于写入电源控制命令。常用控制命令见表 1，在 LabVIEW 中需用字符连接函数构建。

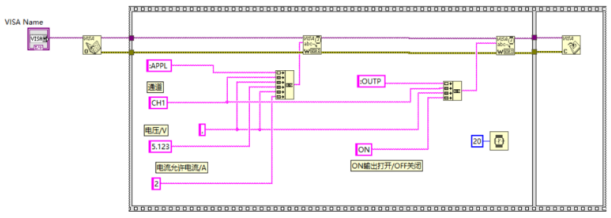


图 16: 电源输出控制实例

表 8: DP832A 电源常用控制命令

命令行	意义
:output:ocp ch1,on	打开 ch1 过流保护
:output:ovp ch1,on	打开 ch1 过压保护
:output:ocp:val ch1,0.5	设置 ch1 过流保护为 0.5A
:output:ovp:val ch1,10	设置 ch1 过压保护为 10V
:output ch1,on	打开 ch1 输出
:output ch2,off	关闭 ch1 输出
:appl ch1,10,1	设置 ch1 输出为 10V, 1A
:measure:all? ch1	测量 ch1 的电流、电压、功率值

注意事项：

- 需按顺序连接各 VISA 控制函数的错误输入/输出端；
- DP832A 电源的 CH1 和 CH2 通道电压、电流最大值分别为 30V 和 3A；CH3 通道电压、电流最大值分别为 5V 和 3A。

12.2 用 LabVIEW 控制可编程直流电源

1. 按图17连接设备：可编程电源通过 USB 连接电脑，CH1 输出接电阻两端；热电偶探头贴于电阻表面，信号端接 NI9211 的 ai0 通道，注意正负极。

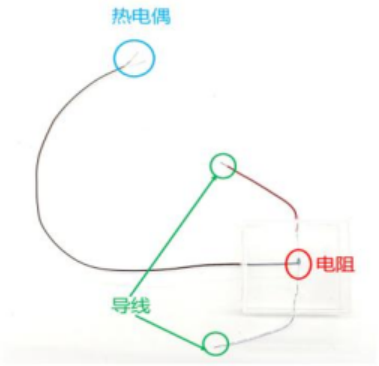


图 17: 实验盒

2. 利用 NI MAX 检查数据采集器和电源是否正常连接。
3. 编写 LabVIEW 程序，实现电源控制与温度读取，验证加热功能。
4. 分别施加 5～10V 电压，测试升温和降温曲线，估算电阻的热容与换热情况。记录 10V 时的最高温度 $T_{\max}$ 和室温 T_e。

12.3 PID 控制参数整定

1. 在 LabVIEW 程序中添加 PID 控制器模块（参考示例），按闭环控制结构编写程序。
2. 设定目标温度 $T_1 = (T_{\max} + T_e)/2$，从相同初始温度开始控温，调节 (K_p, T_i, T_d) 参数，观察控温效果，寻找响应快、超调小、波动小的参数组合。
3. 按照教师提供的四个设定温度，同时绘制设定温度曲线和实际温度曲线，根据曲线趋近速度、稳态偏差、波动幅度等指标评估不同 PID 参数的控制效果。

13 数据记录与处理

13.1 输出控制测验

通过 LabVIEW 编写的输出控制程序，向可编程电源发送指令，设置 CH1 通道输出电压为 5.123 V，限制最大电流 2 A。利用示波器监测电源输出，显示电压值与设定值一致，证明仪器连接正常、控制程序正确，连接线路图片，与示波器电压结果如下

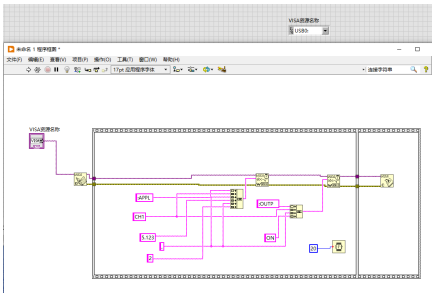


图 18: 检测线路

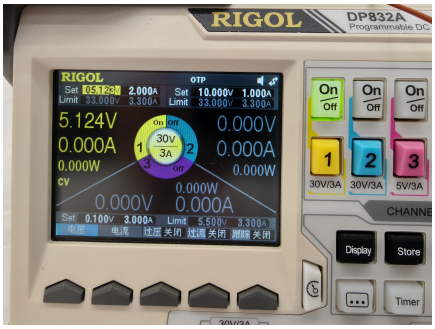


图 19: 示波器结果

13.2 控制可编程直流电源

3. 用 LabVIEW 编写程序

编写程序完成, 程序图如下

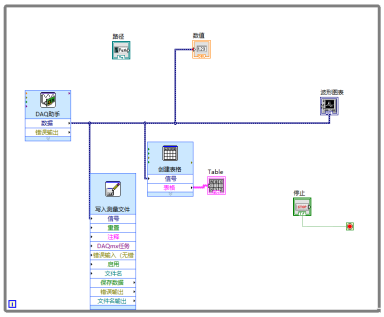


图 20: LabVIEW 控制可编程直流电源

4. 测试 5V-10V

按照实验步骤，分别施加 5 V、7 V 和 10 V 电压，记录电阻升温和降温曲线，获得室温 $T_e = 27.7°\mathrm{C}$ 及 10 V 加热下的最高温度 $T_{\max} = 60.7°\mathrm{C}$。其中过程已由老师检查并签字。

13.3 PID 控制参数

1. 编写闭环控制程序

编写程序如下图：

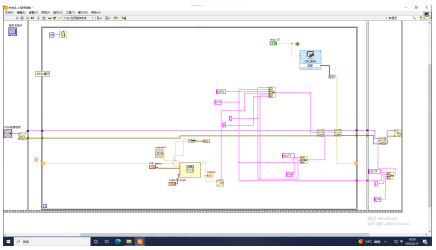


图 21: 闭环控制程序

2. 寻找最佳参数组合

在 LabVIEW 中构建闭环控制程序，设定目标温度

$$T_1 = \frac{T_{max} + T_e}{2} = \frac{27.7 + 60.7}{2} = 44.2°C$$

，通过控制变量法依次调节比例系数 K_c、积分时间 T_i 和微分时间 T_d，观察温度响应曲线，寻找最优参数组合。

改变参数过程如下

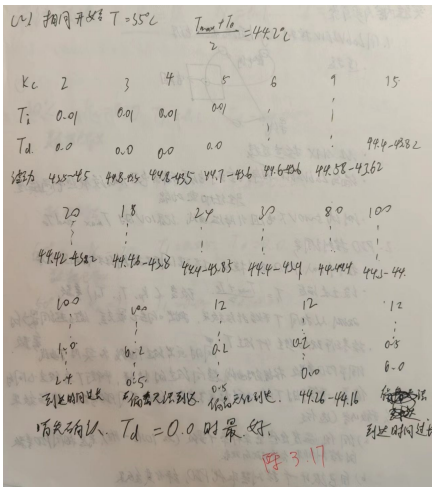


图 22: 调参 1

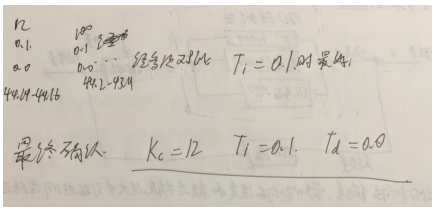


图 23: 调参 2

经多轮调试，最终确定最佳参数为

$$K_c = 12 \quad T_i = 0.1 \quad T_d = 0.0$$

。在此参数下，实际温度能够快速逼近设定值，超调量小，稳态时温度波动幅度控制在 ±0.1 °C 以内，响应时间短，满

足控温要求。(设定温度曲线原始数据见附录)

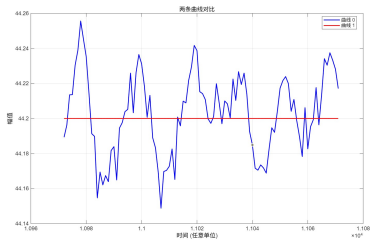


图 24: 最佳参数末期曲线图

3. 教师提供设定温度

针对教师提供的四个设定温度（30 °C、40 °C、60 °C、50 °C），分别整定 PID 参数，获得的参数组合及控温效果如下：

- **30V** 选取参数为

$$K_c = 20 \quad T_i = 0.1 \quad T_d = 0.05$$

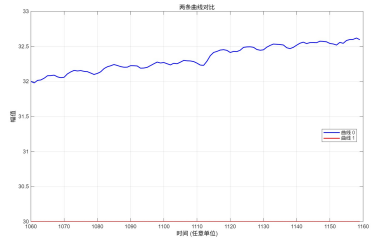


图 25: 30V 时曲线趋向

温度上升平稳，接近设定值后无超调，稳态精度高

- **40V** 选取参数为

$$K_c = 20 \quad T_i = 0.2 \quad T_d = 0.0$$

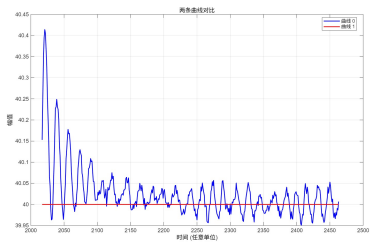


图 26: 40V 时曲线趋向

响应速度较快，稳态波动小

- **60V** 选取参数为

$$K_c = 20 \quad T_i = 0.05 \quad T_d = 0.0$$

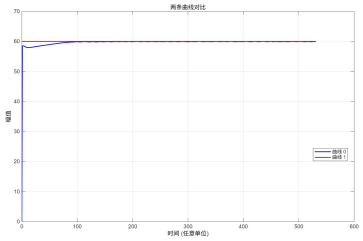


图 27: 60V 时曲线趋向

升温迅速，达到设定值后保持稳定，无振荡

- **50V** 选取参数为

$$K_c = 12 \quad T_i = 0.05 \quad T_d = 0.0$$

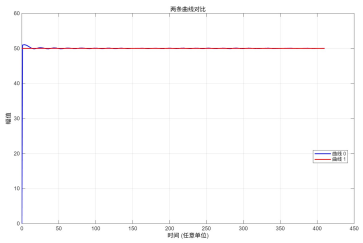


图 28: 50V 时曲线趋向

与前一组参数类似，控制效果良好

各设定温度下的实际温度曲线（见图25～图28）均能快速趋向设定曲线，稳态偏差小于 0.2 °C，温度波动幅度在允许范围内，表明 PID 控制器对不同目标温度具有良好的适应性。

13.4 误差分析

实验过程中可能存在的误差来源包括：

- 热电偶测量误差及接触热阻影响；
- 电源输出电压微小波动；
- 环境温度变化对散热条件的影响；
- PID 参数整定过程中人为判断的主观性。

通过多次重复实验和参数微调，可有效减小上述误差，保证控制精度。

14 结论

本实验成功搭建了基于 LabVIEW 和可编程直流电源的电阻温度 PID 控制系统。通过编写控制程序、调节 PID 参数，实现了对电阻温度的精确闭环控制。主要结论如下：

1. 掌握了 LabVIEW 控制可编程电源的方法，能够通过 VISA 函数库实现电源输出设置、电压电流读取等功能。

2. 开环测试获得了电阻的升温特性，确定了目标温度 $T_1 = 44.2°C$，为 PID 参数整定提供了依据。

3. 通过控制变量法整定 PID 参数，得到最佳组合 $K_c = 12$、$T_i = 0.1$、$T_d = 0.0$，在此参数下系统响应速度快、超调小、稳态精度高。

4. 针对 30 °C、40 °C、60 °C、50 °C 四个设定温度，分别找到了合适的 PID 参数，验证了 PID 控制器对不同目标温度的良好适应性。

5. 实验过程中认识到比例、积分、微分参数对系统动态和稳态性能的影响，加深了对自动控制原理的理解。

本实验为进一步学习更复杂的控制算法（如模糊控制、自适应控制）奠定了基础，也为实际工程中的温度控制应用提供了参考。

参考文献

[1] Morris Driels 著，金爱娟，李少龙，李航天译. 线性控制系统工程. 北京：清华大学出版社，2005.

[2] 吴麒，王诗宓编. 自动控制原理（第二版）（上）. 北京：清华大学出版社，2006.

附录 A: 签名页

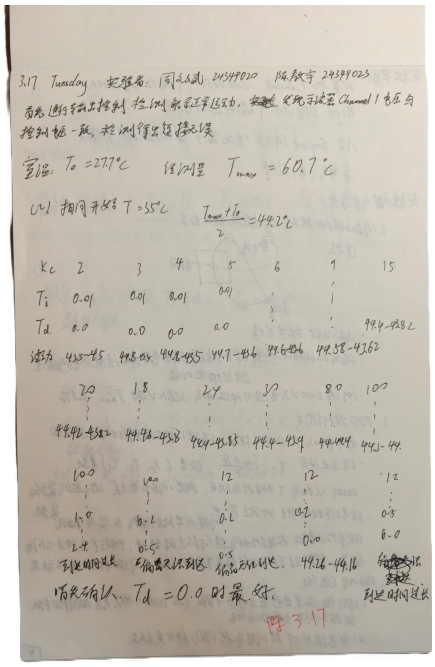


图 29: 签名页

附录 B: 源代码

Listing 7: MATLAB 源代码

```
% 读取数据文件
filename = '2c)40.txt';  % 请确保文件路径正确
data = readtable(filename, 'VariableNamingRule', 'preserve');

% 提取数据列（根据文件实际列名调整）
% 文件列名："时间 - 曲线 0", "幅值 - 曲线 0", "时间 - 曲线 1", "幅值 - 曲线 1"
time0 = data.("时间 - 曲线 0");
amp0 = data.("幅值 - 曲线 0");
time1 = data.("时间 - 曲线 1");
amp1 = data.("幅值 - 曲线 1");

% 绘制曲线
figure;
plot(time0, amp0, 'b-', 'LineWidth', 1.5);
hold on;
plot(time1, amp1, 'r-', 'LineWidth', 1.5);
hold off;

% 添加标签和标题
xlabel('时间 (任意单位)');
ylabel('幅值');
title('两条曲线对比');
```

```
legend('曲线 0', '曲线 1', 'Location',
    'best');
grid on;
```

附录 C: 原始数据

Listing 8: 2 b) 数据

```
时间 - 曲线 0 幅值 - 曲线 0 时间 - 曲线 1
    幅值 - 曲线 1
10972 44.1893 10972 44.2
10973 44.1962 10973 44.2
10974 44.2135 10974 44.2
10975 44.2136 10975 44.2
10976 44.2304 10976 44.2
10977 44.239  10977 44.2
10978 44.2556 10978 44.2
10979 44.2453 10979 44.2
10980 44.2353 10980 44.2
10981 44.2143 10981 44.2
10982 44.1913 10982 44.2
10983 44.1898 10983 44.2
10984 44.1547 10984 44.2
10985 44.1694 10985 44.2
10986 44.1621 10986 44.2
10987 44.1674 10987 44.2
10988 44.1639 10988 44.2
10989 44.1817 10989 44.2
10990 44.1839 10990 44.2
10991 44.1649 10991 44.2
10992 44.1945 10992 44.2
10993 44.1976 10993 44.2
10994 44.2039 10994 44.2
10995 44.2052 10995 44.2
10996 44.2259 10996 44.2
10997 44.2033 10997 44.2
10998 44.2262 10998 44.2
10999 44.2365 10999 44.2
11000 44.2312 11000 44.2
11001 44.2186 11001 44.2
11002 44.2007 11002 44.2
11003 44.2132 11003 44.2
11004 44.189  11004 44.2
11005 44.1833 11005 44.2
11006 44.1694 11006 44.2
11007 44.1488 11007 44.2
11008 44.1697 11008 44.2
11009 44.1704 11009 44.2
11010 44.1727 11010 44.2
11011 44.1826 11011 44.2
11012 44.1652 11012 44.2
11013 44.2008 11013 44.2
11014 44.1958 11014 44.2
11015 44.2099 11015 44.2
11016 44.2089 11016 44.2
11017 44.2218 11017 44.2
11018 44.2294 11018 44.2
11019 44.2417 11019 44.2
11020 44.2387 11020 44.2
11021 44.2153 11021 44.2
11022 44.2142 11022 44.2
11023 44.2108 11023 44.2
11024 44.1998 11024 44.2
11025 44.1972 11025 44.2
11026 44.2011 11026 44.2
11027 44.2199 11027 44.2
11028 44.209  11028 44.2
11029 44.197  11029 44.2
11030 44.21 11030 44.2
11031 44.2083 11031 44.2
11032 44.2003 11032 44.2
11033 44.2225 11033 44.2
11034 44.2103 11034 44.2
11035 44.2267 11035 44.2
11036 44.2194 11036 44.2
11037 44.2259 11037 44.2
11038 44.2138 11038 44.2
11039 44.1925 11039 44.2
11040 44.1849 11040 44.2
11041 44.1716 11041 44.2
11042 44.1705 11042 44.2
11043 44.1735 11043 44.2
11044 44.1718 11044 44.2
11045 44.1688 11045 44.2
11046 44.1822 11046 44.2
11047 44.1947 11047 44.2
11048 44.1921 11048 44.2
11049 44.2039 11049 44.2
11050 44.2173 11050 44.2
11051 44.2216 11051 44.2
11052 44.2239 11052 44.2
11053 44.2199 11053 44.2
11054 44.2041 11054 44.2
11055 44.2109 11055 44.2
11056 44.1989 11056 44.2
11057 44.1897 11057 44.2
11058 44.1783 11058 44.2
11059 44.2062 11059 44.2
11060 44.1827 11060 44.2
11061 44.1953 11061 44.2
11062 44.1993 11062 44.2
11063 44.2176 11063 44.2
11064 44.1964 11064 44.2
11065 44.2135 11065 44.2
11066 44.2341 11066 44.2
11067 44.2304 11067 44.2
11068 44.2375 11068 44.2
11069 44.2332 11069 44.2
11070 44.2281 11070 44.2
11071 44.2171 11071 44.2
```

Listing 9: 2c)30V 数据

```
时间 - 曲线 0 幅值 - 曲线 0 时间 - 曲线 1
    幅值 - 曲线 1
1060  32.0009 1060  30
```

```
1061  31.9791 1061  30
1062  32.015  1062  30
1063  32.0214 1063  30
1064  32.0461 1064  30
1065  32.0816 1065  30
1066  32.0833 1066  30
1067  32.0899 1067  30
1068  32.0656 1068  30
1069  32.053  1069  30
1070  32.0597 1070  30
1071  32.1076 1071  30
1072  32.1362 1072  30
1073  32.1574 1073  30
1074  32.1497 1074  30
1075  32.1548 1075  30
1076  32.1443 1076  30
1077  32.1395 1077  30
1078  32.1201 1078  30
1079  32.0993 1079  30
1080  32.1142 1080  30
1081  32.1371 1081  30
1082  32.1829 1082  30
1083  32.2093 1083  30
1084  32.2232 1084  30
1085  32.2414 1085  30
1086  32.2282 1086  30
1087  32.2122 1087  30
1088  32.203  1088  30
1089  32.2037 1089  30
1090  32.225  1090  30
1091  32.2241 1091  30
1092  32.2208 1092  30
1093  32.1892 1093  30
1094  32.1912 1094  30
1095  32.2008 1095  30
1096  32.2265 1096  30
1097  32.2517 1097  30
1098  32.2768 1098  30
1099  32.263  1099  30
1100  32.2703 1100  30
1101  32.2526 1101  30
1102  32.236  1102  30
1103  32.2593 1103  30
1104  32.2525 1104  30
1105  32.275  1105  30
1106  32.3001 1106  30
1107  32.2947 1107  30
1108  32.2926 1108  30
1109  32.2835 1109  30
1110  32.2609 1110  30
1111  32.2335 1111  30
1112  32.2298 1112  30
1113  32.2895 1113  30
1114  32.3677 1114  30
1115  32.4136 1115  30
1116  32.4286 1116  30
1117  32.4478 1117  30
1118  32.4532 1118  30
1119  32.4437 1119  30
1120  32.4131 1120  30
1121  32.4282 1121  30
1122  32.4261 1122  30
1123  32.4456 1123  30
1124  32.4866 1124  30
1125  32.4926 1125  30
1126  32.4943 1126  30
1127  32.4876 1127  30
1128  32.4561 1128  30
1129  32.4453 1129  30
1130  32.4511 1130  30
1131  32.4888 1131  30
1132  32.5141 1132  30
1133  32.5333 1133  30
1134  32.5304 1134  30
1135  32.5265 1135  30
1136  32.5204 1136  30
1137  32.481  1137  30
1138  32.4686 1138  30
1139  32.4868 1139  30
1140  32.518  1140  30
1141  32.5457 1141  30
1142  32.5607 1142  30
1143  32.5401 1143  30
1144  32.5544 1144  30
1145  32.5557 1145  30
1146  32.5533 1146  30
1147  32.5741 1147  30
1148  32.5714 1148  30
1149  32.5654 1149  30
1150  32.5422 1150  30
1151  32.5348 1151  30
1152  32.5198 1152  30
1153  32.5576 1153  30
1154  32.544  1154  30
1155  32.5843 1155  30
1156  32.5981 1156  30
1157  32.6004 1157  30
1158  32.6198 1158  30
1159  32.5961 1159  30
```

Listing 10: 2c)40V 数据

```
2017  40.1528 2017  40
2018  40.2502 2018  40
2019  40.3461 2019  40
2020  40.3946 2020  40
2021  40.4142 2021  40
2022  40.405  2022  40
2023  40.3669 2023  40
2024  40.3254 2024  40
2025  40.2522 2025  40
2026  40.202  2026  40
2027  40.1463 2027  40
2028  40.0664 2028  40
2029  40.0437 2029  40
2030  39.9879 2030  40
2031  39.9633 2031  40
2032  39.9651 2032  40
2033  39.9935 2033  40
```

```
2034  40.0462 2034  40
2035  40.096  2035  40
2036  40.1609 2036  40
2037  40.2276 2037  40
2038  40.2309 2038  40
2039  40.2488 2039  40
2040  40.2311 2040  40
2041  40.2254 2041  40
2042  40.2013 2042  40
2043  40.143  2043  40
2044  40.1154 2044  40
2045  40.0608 2045  40
2046  40.0314 2046  40
2047  40.0007 2047  40
2048  39.9847 2048  40
2049  39.9642 2049  40
2050  39.9856 2050  40
2051  40.0201 2051  40
2052  40.0496 2052  40
2053  40.1076 2053  40
2054  40.1291 2054  40
2055  40.1575 2055  40
2056  40.1777 2056  40
2057  40.1669 2057  40
2058  40.1686 2058  40
2059  40.149  2059  40
2060  40.1243 2060  40
2061  40.0787 2061  40
2062  40.0511 2062  40
2063  40.0288 2063  40
2064  39.9997 2064  40
2065  39.993  2065  40
2066  39.983  2066  40
2067  40.003  2067  40
2068  39.9952 2068  40
2069  40.0229 2069  40
2070  40.0401 2070  40
2071  40.0849 2071  40
2072  40.1021 2072  40
2073  40.1236 2073  40
2074  40.1295 2074  40
2075  40.1212 2075  40
2076  40.1159 2076  40
2077  40.0741 2077  40
2078  40.0662 2078  40
2079  40.0398 2079  40
2080  40.0283 2080  40
2081  40.0061 2081  40
2082  40.0043 2082  40
2083  40.0008 2083  40
2084  40.0134 2084  40
2085  40.0322 2085  40
2086  40.059  2086  40
2087  40.0851 2087  40
2088  40.0868 2088  40
2089  40.0951 2089  40
2090  40.1085 2090  40
2091  40.1011 2091  40
2092  40.1029 2092  40
2093  40.0776 2093  40
2094  40.0543 2094  40
2095  40.0537 2095  40
2096  40.0276 2096  40
2097  40.0097 2097  40
2098  40.0099 2098  40
2099  40.0108 2099  40
2100  40.0108 2100  40
2101  40.0289 2101  40
2102  40.0219 2102  40
2103  40.033  2103  40
2104  40.0246 2104  40
2105  40.0267 2105  40
2106  40.0429 2106  40
2107  40.0558 2107  40
2108  40.0546 2108  40
2109  40.0567 2109  40
2110  40.0344 2110  40
2111  40.0149 2111  40
2112  40.0221 2112  40
2113  40.0359 2113  40
2114  39.9957 2114  40
2115  40.0186 2115  40
2116  40.0403 2116  40
2117  40.0339 2117  40
2118  40.0357 2118  40
2119  40.0461 2119  40
2120  40.0575 2120  40
2121  40.0567 2121  40
2122  40.075  2122  40
2123  40.0604 2123  40
2124  40.0666 2124  40
2125  40.0397 2125  40
2126  40.0227 2126  40
2127  40.0244 2127  40
2128  40.0034 2128  40
2129  40.0064 2129  40
2130  39.9953 2130  40
2131  40.0023 2131  40
2132  40.0135 2132  40
2133  40.0005 2133  40
2134  40.0125 2134  40
2135  40.0096 2135  40
2136  40.0213 2136  40
2137  40.0236 2137  40
2138  40.0255 2138  40
2139  40.0218 2139  40
2140  40.0342 2140  40
2141  40.0342 2141  40
2142  40.0373 2142  40
2143  40.0612 2143  40
2144  40.0641 2144  40
2145  40.0507 2145  40
2146  40.0527 2146  40
2147  40.063  2147  40
2148  40.0341 2148  40
2149  40.0214 2149  40
2150  39.9948 2150  40
2151  39.9872 2151  40
2152  39.987  2152  40
2153  39.9884 2153  40
```

```
2154  40.0004 2154  40
2155  39.99 2155  40
2156  40.0011 2156  40
2157  40.0038 2157  40
2158  40.0073 2158  40
2159  39.9947 2159  40
2160  40.0147 2160  40
2161  40.0303 2161  40
2162  40.0323 2162  40
2163  40.0336 2163  40
2164  40.0499 2164  40
2165  40.0401 2165  40
2166  40.0321 2166  40
2167  40.0452 2167  40
2168  40.0335 2168  40
2169  40.016  2169  40
2170  39.9987 2170  40
2171  40.014  2171  40
2172  39.9882 2172  40
2173  40.0014 2173  40
2174  39.9959 2174  40
2175  40.005  2175  40
2176  40.0051 2176  40
2177  40.0012 2177  40
2178  40.0035 2178  40
2179  40.0038 2179  40
2180  40.0186 2180  40
2181  40.0267 2181  40
2182  40.0343 2182  40
2183  40.0271 2183  40
2184  40.0431 2184  40
2185  40.0411 2185  40
2186  40.0094 2186  40
2187  40.0144 2187  40
2188  40.0116 2188  40
2189  40.0187 2189  40
2190  40.0021 2190  40
2191  40.007  2191  40
2192  40.0133 2192  40
2193  40.0118 2193  40
2194  40.0227 2194  40
2195  40.0239 2195  40
2196  40.0253 2196  40
2197  40.0376 2197  40
2198  40.0365 2198  40
2199  40.0145 2199  40
2200  40.0311 2200  40
2201  40.0352 2201  40
2202  40.0192 2202  40
2203  40.0039 2203  40
2204  40.0026 2204  40
2205  40.0036 2205  40
2206  39.993  2206  40
2207  40.0042 2207  40
2208  39.9924 2208  40
2209  39.9974 2209  40
2210  39.9996 2210  40
2211  39.9992 2211  40
2212  40.0167 2212  40
2213  40.0251 2213  40
2214  40.0173 2214  40
2215  40.0201 2215  40
2216  40.0237 2216  40
2217  40.0442 2217  40
2218  40.045  2218  40
2219  40.0252 2219  40
2220  40.0331 2220  40
2221  40.0236 2221  40
2222  40.0058 2222  40
2223  40.0104 2223  40
2224  40.0096 2224  40
2225  39.9956 2225  40
2226  39.9839 2226  40
2227  39.9748 2227  40
2228  39.9777 2228  40
2229  39.9811 2229  40
2230  39.9887 2230  40
2231  39.9768 2231  40
2232  39.9822 2232  40
2233  39.9938 2233  40
2234  40.0001 2234  40
2235  40.0016 2235  40
2236  40.0003 2236  40
2237  40.0228 2237  40
2238  40.0203 2238  40
2239  40.0299 2239  40
2240  40.0309 2240  40
2241  40.034  2241  40
2242  40.0373 2242  40
2243  40.0212 2243  40
2244  40.0106 2244  40
2245  39.9979 2245  40
2246  39.9849 2246  40
2247  39.9892 2247  40
2248  39.9726 2248  40
2249  39.9771 2249  40
2250  39.963  2250  40
2251  39.9871 2251  40
2252  39.9914 2252  40
2253  40.0044 2253  40
2254  40.012  2254  40
2255  40.0085 2255  40
2256  40.0412 2256  40
2257  40.0316 2257  40
2258  40.0506 2258  40
2259  40.0387 2259  40
2260  40.0295 2260  40
2261  40.0214 2261  40
2262  39.9939 2262  40
2263  39.9968 2263  40
2264  39.9963 2264  40
2265  39.9599 2265  40
2266  39.9574 2266  40
2267  39.9566 2267  40
2268  39.9826 2268  40
2269  39.9984 2269  40
2270  40.0004 2270  40
2271  40.0308 2271  40
2272  40.0363 2272  40
2273  40.0539 2273  40
```

```
2274  40.0441 2274  40
2275  40.0568 2275  40
2276  40.0265 2276  40
2277  40.0127 2277  40
2278  40.0002 2278  40
2279  39.9874 2279  40
2280  39.9775 2280  40
2281  39.9741 2281  40
2282  39.9699 2282  40
2283  39.9656 2283  40
2284  39.9818 2284  40
2285  39.9855 2285  40
2286  40.0068 2286  40
2287  40.0314 2287  40
2288  40.0545 2288  40
2289  40.0563 2289  40
2290  40.0415 2290  40
2291  40.0298 2291  40
2292  40.0129 2292  40
2293  39.9888 2293  40
2294  39.9918 2294  40
2295  40.0016 2295  40
2296  39.9934 2296  40
2297  39.9822 2297  40
2298  39.9906 2298  40
2299  39.9756 2299  40
2300  40.0011 2300  40
2301  39.977  2301  40
2302  39.9923 2302  40
2303  40.0055 2303  40
2304  40.0035 2304  40
2305  40.0116 2305  40
2306  40.0109 2306  40
2307  40.0127 2307  40
2308  40.0208 2308  40
2309  40.0504 2309  40
2310  40.0344 2310  40
2311  40.0307 2311  40
2312  40.0202 2312  40
2313  40.0101 2313  40
2314  40.0024 2314  40
2315  39.9945 2315  40
2316  39.9798 2316  40
2317  39.9768 2317  40
2318  39.9752 2318  40
2319  39.9616 2319  40
2320  39.9597 2320  40
2321  39.9809 2321  40
2322  39.9839 2322  40
2323  40.0036 2323  40
2324  40.0189 2324  40
2325  40.0287 2325  40
2326  40.0411 2326  40
2327  40.052  2327  40
2328  40.0439 2328  40
2329  40.0338 2329  40
2330  40.0293 2330  40
2331  40.006  2331  40
2332  39.99 2332  40
2333  39.9887 2333  40
2334  39.9711 2334  40
2335  39.9761 2335  40
2336  39.9581 2336  40
2337  39.9849 2337  40
2338  39.9844 2338  40
2339  39.9886 2339  40
2340  40.0011 2340  40
2341  40.0063 2341  40
2342  39.9971 2342  40
2343  40.0197 2343  40
2344  40.0188 2344  40
2345  40.0236 2345  40
2346  40.0149 2346  40
2347  40.017  2347  40
2348  40.0031 2348  40
2349  39.986  2349  40
2350  39.9849 2350  40
2351  39.9789 2351  40
2352  39.9788 2352  40
2353  39.9798 2353  40
2354  39.9863 2354  40
2355  39.9862 2355  40
2356  39.9969 2356  40
2357  39.9963 2357  40
2358  39.9842 2358  40
2359  39.9913 2359  40
2360  39.9975 2360  40
2361  40.0107 2361  40
2362  40.0067 2362  40
2363  40.0033 2363  40
2364  40.0216 2364  40
2365  40.014  2365  40
2366  40.0219 2366  40
2367  40.03 2367  40
2368  40.0199 2368  40
2369  40.0229 2369  40
2370  40.005  2370  40
2371  39.9994 2371  40
2372  39.9846 2372  40
2373  39.9953 2373  40
2374  39.972  2374  40
2375  39.9842 2375  40
2376  39.9673 2376  40
2377  39.979  2377  40
2378  39.986  2378  40
2379  39.989  2379  40
2380  39.9992 2380  40
2381  40.0101 2381  40
2382  40.0145 2382  40
2383  40.019  2383  40
2384  40.0315 2384  40
2385  40.0405 2385  40
2386  40.0192 2386  40
2387  40.0264 2387  40
2388  40.0143 2388  40
2389  39.9984 2389  40
2390  39.9851 2390  40
2391  39.9652 2391  40
2392  39.9824 2392  40
2393  39.9687 2393  40
```

```
2394  39.9649 2394  40
2395  39.9881 2395  40
2396  39.9989 2396  40
2397  40.0236 2397  40
2398  40.0272 2398  40
2399  40.0299 2399  40
2400  40.0233 2400  40
2401  40.0214 2401  40
2402  40.0204 2402  40
2403  39.9965 2403  40
2404  39.982  2404  40
2405  39.9776 2405  40
2406  39.9542 2406  40
2407  39.9506 2407  40
2408  39.9649 2408  40
2409  39.9765 2409  40
2410  39.9745 2410  40
2411  40.0072 2411  40
2412  40.0314 2412  40
2413  40.0493 2413  40
2414  40.0364 2414  40
2415  40.0255 2415  40
2416  40.0409 2416  40
2417  40.0284 2417  40
2418  40.0032 2418  40
2419  39.9982 2419  40
2420  39.9867 2420  40
2421  39.9762 2421  40
2422  39.9768 2422  40
2423  39.9575 2423  40
2424  39.9556 2424  40
2425  39.9728 2425  40
2426  39.9835 2426  40
2427  40.0036 2427  40
2428  40.01 2428  40
2429  40.0126 2429  40
2430  40.0194 2430  40
2431  40.0451 2431  40
2432  40.0394 2432  40
2433  40.0418 2433  40
2434  40.0346 2434  40
2435  40.034  2435  40
2436  40.0169 2436  40
2437  39.9914 2437  40
2438  39.9718 2438  40
2439  39.9775 2439  40
2440  39.9648 2440  40
2441  39.9573 2441  40
2442  39.9613 2442  40
2443  39.9794 2443  40
2444  39.9888 2444  40
2445  40.0018 2445  40
2446  40.0153 2446  40
2447  40.041  2447  40
2448  40.0263 2448  40
2449  40.0398 2449  40
2450  40.0527 2450  40
2451  40.0418 2451  40
2452  40.0201 2452  40
2453  40.0061 2453  40
2454  40.0125 2454  40
2455  39.9791 2455  40
2456  39.969  2456  40
2457  39.9795 2457  40
2458  39.966  2458  40
2459  39.9806 2459  40
2460  39.9745 2460  40
2461  39.9905 2461  40
2462  39.9868 2462  40
2463  40.0066 2463  40
```

Listing 11: 2c)60V 数据

```
时间 - 曲线 0 幅值 - 曲线 0 时间 - 曲线 1 幅值 - 曲线 1
0 0 0 60
1 58.4898 1 60
2 58.5031 2 60
3 58.5059 3 60
4 58.4489 4 60
5 58.3685 5 60
6 58.2481 6 60
7 58.1477 7 60
8 58.0357 8 60
9 57.9726 9 60
10  57.9347 10  60
11  57.9379 11  60
12  57.9389 12  60
13  57.9327 13  60
14  57.9568 14  60
15  57.9771 15  60
16  58.0025 16  60
17  58.046  17  60
18  58.0531 18  60
19  58.0826 19  60
20  58.11 20  60
21  58.1448 21  60
22  58.171  22  60
23  58.1905 23  60
24  58.2307 24  60
25  58.2571 25  60
26  58.2851 26  60
27  58.3138 27  60
28  58.3578 28  60
29  58.3812 29  60
30  58.4  30  60
31  58.4369 31  60
32  58.4628 32  60
33  58.479  33  60
34  58.5168 34  60
35  58.5498 35  60
36  58.5912 36  60
37  58.5939 37  60
38  58.636  38  60
39  58.6528 39  60
40  58.6869 40  60
41  58.7252 41  60
42  58.7392 42  60
43  58.7637 43  60
```

```
 44  58.8057 44  60
 45  58.8297 45  60
 46  58.8458 46  60
 47  58.8698 47  60
 48  58.9003 48  60
 49  58.9232 49  60
 50  58.95 50  60
 51  58.9864 51  60
 52  59.0008 52  60
 53  59.0322 53  60
 54  59.0499 54  60
 55  59.0813 55  60
 56  59.1103 56  60
 57  59.1235 57  60
 58  59.1546 58  60
 59  59.1777 59  60
 60  59.2063 60  60
 61  59.2169 61  60
 62  59.2585 62  60
 63  59.2961 63  60
 64  59.3057 64  60
 65  59.3248 65  60
 66  59.3601 66  60
 67  59.3783 67  60
 68  59.4122 68  60
 69  59.4188 69  60
 70  59.4527 70  60
 71  59.4589 71  60
 72  59.4901 72  60
 73  59.5321 73  60
 74  59.5309 74  60
 75  59.5537 75  60
 76  59.5665 76  60
 77  59.5969 77  60
 78  59.59 78  60
 79  59.6182 79  60
 80  59.6458 80  60
 81  59.6551 81  60
 82  59.657  82  60
 83  59.6931 83  60
 84  59.7216 84  60
 85  59.7467 85  60
 86  59.7327 86  60
 87  59.7472 87  60
 88  59.7479 88  60
 89  59.7723 89  60
 90  59.769  90  60
 91  59.7684 91  60
 92  59.7871 92  60
 93  59.7935 93  60
 94  59.7994 94  60
 95  59.8145 95  60
 96  59.8423 96  60
 97  59.8661 97  60
 98  59.8673 98  60
 99  59.8808 99  60
100 59.8735 100 60
101 59.8618 101 60
102 59.8433 102 60
103 59.8284 103 60
104 59.8192 104 60
105 59.8113 105 60
106 59.8428 106 60
107 59.8355 107 60
108 59.8473 108 60
109 59.8611 109 60
110 59.8895 110 60
111 59.9249 111 60
112 59.9224 112 60
113 59.9213 113 60
114 59.9169 114 60
115 59.9095 115 60
116 59.9016 116 60
117 59.8933 117 60
118 59.8584 118 60
119 59.8493 119 60
120 59.8303 120 60
121 59.8284 121 60
122 59.8347 122 60
123 59.829  123 60
124 59.8531 124 60
125 59.8879 125 60
126 59.8954 126 60
127 59.903  127 60
128 59.915  128 60
129 59.9042 129 60
130 59.8959 130 60
131 59.8586 131 60
132 59.8432 132 60
133 59.8339 133 60
134 59.8401 134 60
135 59.8352 135 60
136 59.8545 136 60
137 59.8452 137 60
138 59.844  138 60
139 59.8817 139 60
140 59.8999 140 60
141 59.9002 141 60
142 59.9112 142 60
143 59.9029 143 60
144 59.8871 144 60
145 59.8699 145 60
146 59.8579 146 60
147 59.8597 147 60
148 59.8609 148 60
149 59.8616 149 60
150 59.8602 150 60
151 59.8808 151 60
152 59.9028 152 60
153 59.9282 153 60
154 59.9333 154 60
155 59.938  155 60
156 59.9384 156 60
157 59.9138 157 60
158 59.8775 158 60
159 59.8914 159 60
160 59.8536 160 60
161 59.8511 161 60
162 59.8663 162 60
163 59.8615 163 60
```

```
164 59.8848 164 60
165 59.8886 165 60
166 59.8961 166 60
167 59.9127 167 60
168 59.912  168 60
169 59.9609 169 60
170 59.9462 170 60
171 59.9267 171 60
172 59.9191 172 60
173 59.9138 173 60
174 59.9005 174 60
175 59.9055 175 60
176 59.8888 176 60
177 59.8999 177 60
178 59.9127 178 60
179 59.9288 179 60
180 59.9314 180 60
181 59.941  181 60
182 59.9541 182 60
183 59.9401 183 60
184 59.9199 184 60
185 59.9146 185 60
186 59.8951 186 60
187 59.9012 187 60
188 59.8914 188 60
189 59.892  189 60
190 59.9199 190 60
191 59.9277 191 60
192 59.9529 192 60
193 59.9642 193 60
194 59.9515 194 60
195 59.9535 195 60
196 59.9331 196 60
197 59.9259 197 60
198 59.902  198 60
199 59.8879 199 60
200 59.8997 200 60
201 59.9055 201 60
202 59.9051 202 60
203 59.9288 203 60
204 59.9322 204 60
205 59.9476 205 60
206 59.987  206 60
207 59.9826 207 60
208 59.975  208 60
209 59.9875 209 60
210 59.9587 210 60
211 59.9414 211 60
212 59.9291 212 60
213 59.9241 213 60
214 59.8915 214 60
215 59.9137 215 60
216 59.9039 216 60
217 59.9362 217 60
218 59.9302 218 60
219 59.949  219 60
220 59.9585 220 60
221 59.9644 221 60
222 59.9493 222 60
223 59.948  223 60
224 59.9229 224 60
225 59.9086 225 60
226 59.8887 226 60
227 59.8847 227 60
228 59.8941 228 60
229 59.8868 229 60
230 59.9055 230 60
231 59.9107 231 60
232 59.9392 232 60
233 59.9414 233 60
234 59.9529 234 60
235 59.9415 235 60
236 59.9416 236 60
237 59.9417 237 60
238 59.9224 238 60
239 59.9072 239 60
240 59.8942 240 60
241 59.8913 241 60
242 59.8899 242 60
243 59.8844 243 60
244 59.9043 244 60
245 59.9189 245 60
246 59.9173 246 60
247 59.9474 247 60
248 59.9523 248 60
249 59.9366 249 60
250 59.9391 250 60
251 59.9231 251 60
252 59.9048 252 60
253 59.911  253 60
254 59.9088 254 60
255 59.894  255 60
256 59.9168 256 60
257 59.9247 257 60
258 59.9339 258 60
259 59.9262 259 60
260 59.9506 260 60
261 59.957  261 60
262 59.9628 262 60
263 59.97 263 60
264 59.9537 264 60
265 59.9298 265 60
266 59.9204 266 60
267 59.902  267 60
268 59.8844 268 60
269 59.8917 269 60
270 59.8891 270 60
271 59.9125 271 60
272 59.916  272 60
273 59.9353 273 60
274 59.9425 274 60
275 59.9717 275 60
276 59.9575 276 60
277 59.9455 277 60
278 59.9355 278 60
279 59.9417 279 60
280 59.8992 280 60
281 59.8893 281 60
282 59.8865 282 60
283 59.8857 283 60
```

```
284 59.8916 284 60
285 59.9138 285 60
286 59.924  286 60
287 59.9064 287 60
288 59.956  288 60
289 59.9566 289 60
290 59.966  290 60
291 59.9707 291 60
292 59.9553 292 60
293 59.9483 293 60
294 59.9472 294 60
295 59.9195 295 60
296 59.8975 296 60
297 59.8741 297 60
298 59.8605 298 60
299 59.8762 299 60
300 59.8802 300 60
301 59.8781 301 60
302 59.8854 302 60
303 59.9199 303 60
304 59.9276 304 60
305 59.936  305 60
306 59.9534 306 60
307 59.9399 307 60
308 59.9195 308 60
309 59.9107 309 60
310 59.8969 310 60
311 59.9148 311 60
312 59.9025 312 60
313 59.9064 313 60
314 59.911  314 60
315 59.9161 315 60
316 59.9253 316 60
317 59.9341 317 60
318 59.965  318 60
319 59.9902 319 60
320 60.0051 320 60
321 59.9952 321 60
322 59.9896 322 60
323 59.9832 323 60
324 59.9318 324 60
325 59.9243 325 60
326 59.8976 326 60
327 59.8934 327 60
328 59.8884 328 60
329 59.9108 329 60
330 59.9078 330 60
331 59.9064 331 60
332 59.9468 332 60
333 59.9559 333 60
334 59.9566 334 60
335 59.9491 335 60
336 59.9424 336 60
337 59.9404 337 60
338 59.9162 338 60
339 59.9023 339 60
340 59.9051 340 60
341 59.8877 341 60
342 59.9214 342 60
343 59.9086 343 60
344 59.9096 344 60
345 59.9137 345 60
346 59.927  346 60
347 59.9322 347 60
348 59.9517 348 60
349 59.9624 349 60
350 59.9785 350 60
351 59.9806 351 60
352 59.9821 352 60
353 59.9641 353 60
354 59.9453 354 60
355 59.9344 355 60
356 59.9144 356 60
357 59.8855 357 60
358 59.9149 358 60
359 59.9052 359 60
360 59.9289 360 60
361 59.9226 361 60
362 59.9417 362 60
363 59.9301 363 60
364 59.9553 364 60
365 59.9671 365 60
366 59.9382 366 60
367 59.9446 367 60
368 59.9318 368 60
369 59.9271 369 60
370 59.9177 370 60
371 59.9124 371 60
372 59.9317 372 60
373 59.9414 373 60
374 59.9447 374 60
375 59.9715 375 60
376 59.9893 376 60
377 59.9936 377 60
378 60.0006 378 60
379 59.9865 379 60
380 59.9794 380 60
381 59.9354 381 60
382 59.912  382 60
383 59.8917 383 60
384 59.8922 384 60
385 59.8769 385 60
386 59.8899 386 60
387 59.9016 387 60
388 59.9182 388 60
389 59.9177 389 60
390 59.9329 390 60
391 59.9353 391 60
392 59.9418 392 60
393 59.9296 393 60
394 59.9419 394 60
395 59.9155 395 60
396 59.9121 396 60
397 59.9059 397 60
398 59.8934 398 60
399 59.914  399 60
400 59.9264 400 60
401 59.9223 401 60
402 59.9417 402 60
403 59.9617 403 60
```

```
404 59.9679 404 60
405 59.9843 405 60
406 59.9821 406 60
407 59.9707 407 60
408 59.9484 408 60
409 59.9279 409 60
410 59.9242 410 60
411 59.8777 411 60
412 59.8787 412 60
413 59.8743 413 60
414 59.8924 414 60
415 59.887  415 60
416 59.9075 416 60
417 59.9104 417 60
418 59.9326 418 60
419 59.954  419 60
420 59.964  420 60
421 59.9745 421 60
422 59.9666 422 60
423 59.9429 423 60
424 59.9345 424 60
425 59.9096 425 60
426 59.9032 426 60
427 59.8925 427 60
428 59.9014 428 60
429 59.9038 429 60
430 59.9253 430 60
431 59.9159 431 60
432 59.9274 432 60
433 59.9539 433 60
434 59.9787 434 60
435 59.9917 435 60
436 59.9762 436 60
437 59.9904 437 60
438 59.9726 438 60
439 59.9479 439 60
440 59.928  440 60
441 59.9086 441 60
442 59.9046 442 60
443 59.8988 443 60
444 59.9075 444 60
445 59.9273 445 60
446 59.9417 446 60
447 59.9519 447 60
448 59.9649 448 60
449 59.9738 449 60
450 59.963  450 60
451 59.9434 451 60
452 59.9098 452 60
453 59.9158 453 60
454 59.8936 454 60
455 59.8881 455 60
456 59.9038 456 60
457 59.9337 457 60
458 59.9488 458 60
459 59.9459 459 60
460 59.9404 460 60
461 59.9415 461 60
462 59.9137 462 60
463 59.9009 463 60
464 59.8911 464 60
465 59.8766 465 60
466 59.8894 466 60
467 59.8837 467 60
468 59.9177 468 60
469 59.9149 469 60
470 59.9189 470 60
471 59.9365 471 60
472 59.9403 472 60
473 59.9307 473 60
474 59.9397 474 60
475 59.9331 475 60
476 59.9117 476 60
477 59.8999 477 60
478 59.8867 478 60
479 59.9172 479 60
480 59.8933 480 60
481 59.902  481 60
482 59.9052 482 60
483 59.9215 483 60
484 59.9204 484 60
485 59.9411 485 60
486 59.9319 486 60
487 59.9533 487 60
488 59.9666 488 60
489 59.9541 489 60
490 59.9708 490 60
491 59.9525 491 60
492 59.9375 492 60
493 59.9374 493 60
494 59.9225 494 60
495 59.9046 495 60
496 59.9007 496 60
497 59.9207 497 60
498 59.9196 498 60
499 59.9276 499 60
500 59.9569 500 60
501 59.9611 501 60
502 59.9612 502 60
503 59.981  503 60
504 59.9689 504 60
505 59.9711 505 60
506 59.9569 506 60
507 59.9231 507 60
508 59.9064 508 60
509 59.8847 509 60
510 59.868  510 60
511 59.8851 511 60
512 59.8911 512 60
513 59.8954 513 60
514 59.9182 514 60
515 59.935  515 60
516 59.9375 516 60
517 59.9315 517 60
518 59.9312 518 60
519 59.9216 519 60
520 59.9063 520 60
521 59.8848 521 60
522 59.8783 522 60
523 59.889  523 60
```

```
524 59.8954 524 60
525 59.9085 525 60
526 59.9296 526 60
527 59.924  527 60
528 59.9459 528 60
529 59.9592 529 60
530 59.9534 530 60
531 59.9489 531 60
```

Listing 12: 2c)50V 数据

```
时间 - 曲线 0 幅值 - 曲线 0 时间 - 曲线 1 幅值 - 曲线 1
0 0 0 50
1 50.9498 1 50
2 51.0061 2 50
3 51.0361 3 50
4 51.0435 4 50
5 50.9777 5 50
6 50.9257 6 50
7 50.8284 7 50
8 50.7045 8 50
9 50.583  9 50
10  50.4473 10  50
11  50.3302 11  50
12  50.2  12  50
13  50.0817 13  50
14  49.9837 14  50
15  49.9172 15  50
16  49.888  16  50
17  49.8775 17  50
18  49.9056 18  50
19  49.9483 19  50
20  49.9993 20  50
21  50.0524 21  50
22  50.1175 22  50
23  50.1479 23  50
24  50.1929 24  50
25  50.2029 25  50
26  50.1927 26  50
27  50.1807 27  50
28  50.143  28  50
29  50.1077 29  50
30  50.0642 30  50
31  50.0085 31  50
32  49.9615 32  50
33  49.935  33  50
34  49.8842 34  50
35  49.8969 35  50
36  49.8756 36  50
37  49.9164 37  50
38  49.9489 38  50
39  49.9712 39  50
40  50.041  40  50
41  50.0724 41  50
42  50.0971 42  50
43  50.1404 43  50
44  50.1404 44  50
45  50.128  45  50
46  50.1173 46  50
47  50.0824 47  50
48  50.041  48  50
49  49.9847 49  50
50  49.9579 50  50
51  49.908  51  50
52  49.8946 52  50
53  49.8891 53  50
54  49.9019 54  50
55  49.907  55  50
56  49.9355 56  50
57  49.9675 57  50
58  49.9922 58  50
59  50.0337 59  50
60  50.0694 60  50
61  50.083  61  50
62  50.091  62  50
63  50.0871 63  50
64  50.0702 64  50
65  50.057  65  50
66  50.0387 66  50
67  50.0244 67  50
68  49.9842 68  50
69  49.9748 69  50
70  49.9349 70  50
71  49.9397 71  50
72  49.9324 72  50
73  49.9335 73  50
74  49.9437 74  50
75  49.9862 75  50
76  50.0152 76  50
77  50.0291 77  50
78  50.0692 78  50
79  50.0873 79  50
80  50.0935 80  50
81  50.1051 81  50
82  50.1004 82  50
83  50.0619 83  50
84  50.0657 84  50
85  50.0439 85  50
86  50.0013 86  50
87  49.9712 87  50
88  49.9602 88  50
89  49.9375 89  50
90  49.9278 90  50
91  49.9345 91  50
92  49.9164 92  50
93  49.9412 93  50
94  49.9539 94  50
95  49.9836 95  50
96  50.0223 96  50
97  50.0393 97  50
98  50.063  98  50
99  50.065  99  50
100 50.0491 100 50
101 50.0576 101 50
102 50.055  102 50
103 50.0139 103 50
104 49.9985 104 50
105 49.9716 105 50
```

```
106 49.9595 106 50
107 49.9441 107 50
108 49.9218 108 50
109 49.919  109 50
110 49.9229 110 50
111 49.9463 111 50
112 49.9622 112 50
113 49.993  113 50
114 50.0272 114 50
115 50.0484 115 50
116 50.0719 116 50
117 50.0665 117 50
118 50.0732 118 50
119 50.0732 119 50
120 50.0423 120 50
121 50.024  121 50
122 49.9956 122 50
123 49.9905 123 50
124 49.9484 124 50
125 49.9407 125 50
126 49.9286 126 50
127 49.9369 127 50
128 49.9347 128 50
129 49.9469 129 50
130 49.9648 130 50
131 49.9941 131 50
132 50.036  132 50
133 50.0466 133 50
134 50.058  134 50
135 50.0659 135 50
136 50.0567 136 50
137 50.0237 137 50
138 50.0141 138 50
139 49.9997 139 50
140 49.9854 140 50
141 49.9613 141 50
142 49.9577 142 50
143 49.9356 143 50
144 49.9487 144 50
145 49.9553 145 50
146 49.9629 146 50
147 49.9691 147 50
148 49.9971 148 50
149 49.9949 149 50
150 49.9838 150 50
151 49.9933 151 50
152 49.9966 152 50
153 50.0032 153 50
154 50.0184 154 50
155 50.0168 155 50
156 50.0209 156 50
157 50.0238 157 50
158 50.0124 158 50
159 50.0229 159 50
160 50.0185 160 50
161 50.0346 161 50
162 50.0423 162 50
163 50.0494 163 50
164 50.0484 164 50
165 50.0284 165 50
166 49.9949 166 50
167 49.9893 167 50
168 49.9558 168 50
169 49.9649 169 50
170 49.9432 170 50
171 49.9577 171 50
172 49.9411 172 50
173 49.9627 173 50
174 49.9772 174 50
175 49.9726 175 50
176 49.9865 176 50
177 50.008  177 50
178 50.0193 178 50
179 50.0342 179 50
180 50.0475 180 50
181 50.0334 181 50
182 50.0319 182 50
183 50.0327 183 50
184 50.0101 184 50
185 50.0123 185 50
186 49.9903 186 50
187 49.9763 187 50
188 49.956  188 50
189 49.952  189 50
190 49.9574 190 50
191 49.9527 191 50
192 49.9436 192 50
193 49.9695 193 50
194 50.0007 194 50
195 49.9958 195 50
196 50.0166 196 50
197 50.0268 197 50
198 50.0417 198 50
199 50.0584 199 50
200 50.053  200 50
201 50.0609 201 50
202 50.0321 202 50
203 50.024  203 50
204 49.9984 204 50
205 49.981  205 50
206 49.9714 206 50
207 49.9696 207 50
208 49.9568 208 50
209 49.946  209 50
210 49.9445 210 50
211 49.968  211 50
212 49.955  212 50
213 49.9829 213 50
214 50.0117 214 50
215 50.0329 215 50
216 50.0564 216 50
217 50.0577 217 50
218 50.057  218 50
219 50.0802 219 50
220 50.0583 220 50
221 50.0267 221 50
222 50.0018 222 50
223 49.9798 223 50
224 49.9788 224 50
225 49.9582 225 50
```

```
226 49.9582 226 50
227 49.9461 227 50
228 49.9423 228 50
229 49.9363 229 50
230 49.9636 230 50
231 49.9759 231 50
232 50.0125 232 50
233 50.032  233 50
234 50.0449 234 50
235 50.0519 235 50
236 50.0525 236 50
237 50.0433 237 50
238 50.05 238 50
239 50.0349 239 50
240 50.0173 240 50
241 49.9835 241 50
242 49.955  242 50
243 49.9566 243 50
244 49.9416 244 50
245 49.9367 245 50
246 49.9409 246 50
247 49.9459 247 50
248 49.9783 248 50
249 50.0137 249 50
250 50.0427 250 50
251 50.0667 251 50
252 50.0676 252 50
253 50.0794 253 50
254 50.0558 254 50
255 50.0511 255 50
256 50.0179 256 50
257 50.0084 257 50
258 49.9761 258 50
259 49.9727 259 50
260 49.9551 260 50
261 49.9523 261 50
262 49.9537 262 50
263 49.9424 263 50
264 49.9465 264 50
265 49.9583 265 50
266 49.9805 266 50
267 49.9996 267 50
268 50.0138 268 50
269 50.024  269 50
270 50.0241 270 50
271 50.0396 271 50
272 50.0587 272 50
273 50.0539 273 50
274 50.0432 274 50
275 50.0451 275 50
276 50.0266 276 50
277 49.9802 277 50
278 49.956  278 50
279 49.946  279 50
280 49.9382 280 50
281 49.9196 281 50
282 49.9279 282 50
283 49.9259 283 50
284 49.9489 284 50
285 49.9969 285 50
286 50.0093 286 50
287 50.0548 287 50
288 50.0569 288 50
289 50.0655 289 50
290 50.0859 290 50
291 50.0751 291 50
292 50.0567 292 50
293 50.0481 293 50
294 50.0125 294 50
295 49.9854 295 50
296 49.9496 296 50
297 49.964  297 50
298 49.9441 298 50
299 49.9361 299 50
300 49.9434 300 50
301 49.9598 301 50
302 49.9724 302 50
303 50.0077 303 50
304 50.0213 304 50
305 50.0411 305 50
306 50.0348 306 50
307 50.0695 307 50
308 50.0453 308 50
309 50.0498 309 50
310 50.036  310 50
311 50.0196 311 50
312 50.0038 312 50
313 49.998  313 50
314 49.9704 314 50
315 49.9678 315 50
316 49.9468 316 50
317 49.9573 317 50
318 49.9717 318 50
319 49.9594 319 50
320 49.955  320 50
321 49.9599 321 50
322 49.9531 322 50
323 49.971  323 50
324 49.9762 324 50
325 49.9795 325 50
326 49.9976 326 50
327 50.0014 327 50
328 50.0195 328 50
329 50.0195 329 50
330 50.0352 330 50
331 50.0289 331 50
332 50.0406 332 50
333 50.0632 333 50
334 50.0593 334 50
335 50.0341 335 50
336 50.0222 336 50
337 50.0187 337 50
338 49.9884 338 50
339 49.9694 339 50
340 49.9549 340 50
341 49.964  341 50
342 49.9618 342 50
343 49.9626 343 50
344 49.9604 344 50
345 49.9739 345 50
```

```
346 49.9706 346 50
347 49.9742 347 50
348 49.9877 348 50
349 49.9831 349 50
350 49.9776 350 50
351 49.9886 351 50
352 49.9923 352 50
353 50.0014 353 50
354 50.0003 354 50
355 50.0044 355 50
356 50.0224 356 50
357 50.0242 357 50
358 50.0192 358 50
359 50.0332 359 50
360 50.03 360 50
361 50.0328 361 50
362 50.0366 362 50
363 50.0517 363 50
364 50.0461 364 50
365 50.0476 365 50
366 50.0235 366 50
367 50.0244 367 50
368 49.998  368 50
369 50.0063 369 50
370 50.0014 370 50
371 49.9841 371 50
372 49.9843 372 50
373 49.98 373 50
374 49.9856 374 50
375 49.9851 375 50
376 49.9989 376 50
377 49.995  377 50
378 49.9941 378 50
379 49.9959 379 50
380 50.0017 380 50
381 50.0238 381 50
382 50.0265 382 50
383 50.0247 383 50
384 50.0267 384 50
385 50.0246 385 50
386 50.0297 386 50
387 50.0488 387 50
388 50.026  388 50
389 50.014  389 50
390 50.014  390 50
391 50.001  391 50
392 49.9971 392 50
393 49.9677 393 50
394 49.9678 394 50
395 49.9844 395 50
396 49.9715 396 50
397 49.9749 397 50
398 49.9841 398 50
399 49.9849 399 50
400 49.9979 400 50
401 50.0103 401 50
402 49.9978 402 50
403 49.9998 403 50
404 50.0037 404 50
405 50.003  405 50
406 50.0123 406 50
407 50.0179 407 50
408 50.0201 408 50
409 50.0294 409 50
410 50.0203 410 50
```